Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
MZH 3260, Tel.: 2956, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de

28. November 2002
Aufgaben 3

Theoretische Informatik I

3. Übungsblatt

1. Die Operation *shuffle* sei durch folgende Spezifikation gegeben:

   shuffle
   opns: $\mathit{shuffle}\colon A^* \times A^* \to A^*$
   vars: $x, y \in A$, $u, v \in A^*$
   eqns: $\mathit{shuffle}(\lambda, v) = v$
   $\mathit{shuffle}(u, \lambda) = u$
   $\mathit{shuffle}(xu, yv) = xy\,\mathit{shuffle}(u, v)$

   Gib $T^{\mathit{shuffle}}(m, n)$ als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (25%)

2. Betrachte die folgende Spezifikation des Sortierens mittels Quicksort:

   quicksort
   opns: $\mathit{qsort}\colon A^* \to A^*$, $\mathit{filter}\colon A \times A^* \times BOOL \to A^*$
   vars: $x, y : A$, $v : A^*$, $b : BOOL$
   eqns: $\mathit{qsort}(\lambda) = \lambda$
   $\mathit{qsort}(xv) = \mathit{qsort}(\mathit{filter}(x, v, T))\, x\, \mathit{qsort}(\mathit{filter}(x, v, F))$
   $\mathit{filter}(x, \lambda, b) = \lambda$
   $\mathit{filter}(x, yv, b) = \mathit{if}\ (y \leq x) = b\ \mathit{then}\ y\,\mathit{filter}(x, v, b)\ \mathit{else}\ \mathit{filter}(x, v, b)$

   (a) Gib $\mathrm{T}^{\mathit{filter}}(n)$ als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (20%)

   (b) Weise nach, dass folgende Gleichungen bzw. Ungleichungen gelten:

   i. $\mathit{length}(\mathit{filter}(x, w, T)) + \mathit{length}(\mathit{filter}(x, w, F)) = \mathit{length}(w)$ für alle $x \in A$ und $w \in A^*$, und (25%)

   ii. $\mathrm{T}^{\mathit{qsort}}(n) \leq 4n^2 + 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$. (30%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 16.12.2002 abzugeben.