

## Theoretische Informatik I

### 1. Übungsblatt

Sei  $BIN = \{0, 1\}$ , und sei  $A$  ein beliebiges Alphabet. Betrachte die Operationen  $inv: BIN^* \rightarrow BIN^*$  und  $subst: A^* \times A \times A^* \rightarrow A^*$ , die für alle  $w \in BIN^*$ ,  $x, y \in A$  und  $u, v \in A^*$  wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned} inv(\lambda) &= \lambda \\ inv(0w) &= 1inv(w) \\ inv(1w) &= 0inv(w) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} subst(u, x, \lambda) &= \lambda \\ subst(u, x, yv) &= \begin{cases} u subst(u, x, v) & \text{falls } x \equiv y \\ y subst(u, x, v) & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

1. Beschreibe den Effekt der Operationen  $inv$  und  $subst$  möglichst präzise, und erläutere Deine Erklärungen anhand von Beispielen. (20%)
2. Zeige die folgenden Eigenschaften mittels vollständiger Induktion über den Aufbau von Wörtern.
  - (a)  $inv(vw) = inv(v)inv(w)$  für alle  $v, w \in BIN^*$ . (20%)
  - (b)  $inv(inv(w)) = w$  für alle  $w \in BIN^*$ . (20%)
  - (c)  $count(x, subst(u, x, v)) = count(x, u) \cdot count(x, v)$  für alle  $x \in A$ ,  $u, v \in A^*$ . Dabei kann vorausgesetzt werden, dass für alle  $x \in A$ ,  $u, v \in A^*$   $count(x, uv) = count(x, u) + count(x, v)$  gilt. (20%)
  - (d)  $length(subst(u, x, v)) = length(v) + count(x, v) \cdot (length(u) - 1)$  für alle  $x \in A$ ,  $u, v \in A^*$ . (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 12.11.2007 in den Tutorien abzugeben.