

## Theoretische Informatik I

### 5. Übungsblatt

1. Sei  $G = (N, \{a, b\}, P, S)$  die kontextfreie Grammatik mit den nichtterminalen Zeichen  $N = \{S, A, B, C, D, E, F, G\}$  und den Regeln

$$\begin{array}{ll} S ::= b \mid CD & A ::= b \mid EF \\ B ::= a \mid BA, & C ::= CC \mid BA, \\ D ::= DD \mid EF, & E ::= a \\ F ::= b & G ::= AG \mid AS. \end{array}$$

Teste mit dem Cocke-Kasami-Younger-Algorithmus, ob die Wörter  $abab$  und  $ab^4$  in  $L(G)$  sind. Konstruiere dafür die entsprechenden Zellenpyramiden. (20%)

2. Sei  $G = (N, T, P, S)$  eine kontextfreie Grammatik. Für  $i \in \mathbb{N}$  sei die Menge  $M_i$  wie folgt definiert:

- $M_0 = \emptyset$ ,
- $M_{i+1} = M_i \cup \{A \in N \mid (A ::= u) \in P, u \in (M_i \cup T)^*\}$ .

Zeige, die folgenden Behauptungen:

- (a) Es existiert ein  $k \in \mathbb{N}$  mit  $M_k = M_{k+1}$ . (5%)
- (b) Für ein derartiges  $k$  gilt:  $M_k = M_{k+j}$  für alle  $j \in \mathbb{N}$ . (10%)
- (c) Für alle  $i \in \mathbb{N}$  gilt:  $A \in M_i$  impliziert  $A \xrightarrow{P}^* w$  für ein  $w \in T^*$  (10%)
- (d) Für alle  $i \in \mathbb{N}$  gilt:  $A \xrightarrow{P}^i w$  mit  $w \in T^*$  impliziert  $A \in M_k$ . (Hinweis: Benutze das Kontextfreiheitslemma.) (15%)
3. Zeige mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind:

- (a)  $L_1 = \{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$ , (20%)
- (b)  $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{length}(w) = n^3, n \in \mathbb{N}\}$ . (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Zeit zwischen dem 24.01. und dem 27.01.2011 in den Tutorien abzugeben.