

Theoretische Informatik II

1. Übungsblatt

Geübt wird der Umgang mit Zeichenketten, wie sie im Kapitel 2 des Skripts zur Theoretischen Informatik 1 definiert sind. Alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer sollten sich mit diesem Stoff noch einmal beschäftigen, weil Mengen von Zeichenketten der zentrale Gegenstand dieser Lehrveranstaltung sind. Für diejenigen jedoch, die im vorigen Semester den Leistungsnachweis erworben haben, ist dieses Übungsblatt keine Pflicht.

Auf der Basis der Konkatenation lassen sich zwei Operationen auf Mengen von Zeichenketten definieren. Für $L, L' \subseteq A^*$ sind die *Konkatenation* von L und L' sowie das *L' -Derivat* von L gegeben durch:

- $L \cdot L' = \{uv \mid u \in L, v \in L'\}$
- $L/L' = \{w \mid uw \in L \text{ für ein } u \in L'\}$.

Ist L oder L' einelementig, kann man L bzw. L' durch das Element ersetzen, also $u \cdot L'$ für $\{u\} \cdot L'$, $L \cdot v$ für $L \cdot \{v\}$ und L/v für $L/\{v\}$.

Betrachte nun die Menge aller Wörter über dem Alphabet $\{a, b\}$, die gewichtet gleich viele a 's wie b 's enthalten:

$$L_{2|3} = \{w \in \{a, b\}^* \mid 2 \cdot \text{count}(a, w) = 3 \cdot \text{count}(b, w)\}$$

und löse folgende Aufgaben:

1. Welche der folgenden Wörter sind Elemente von $L_{2|3}$: λ , $ababa$, $babab$, a^6b^4c , a^6b^4 , b^6a^9 , $b^7a^3b^3a^{12}$, $a^k b^l$ mit $l = \frac{2}{3}k$ und $k \bmod 3 \neq 0$? (10%)
2. Gib alle Elemente von $L_{2|3}$ der Länge 5 an. (10%)
3. Zeige $uv \in L_{2|3}$, falls $u, v \in L_{2|3}$. (10%)
4. Zeige $\text{length}(u) \bmod 5 = 0$ für alle $u \in L_{2|3}$. (15%)
5. Zeige $L_{2|3}/a \neq L_{2|3}/b$. (10%)
6. Zeige $L_{2|3}/a^i \neq L_{2|3}/a^j$ für $i \neq j$. (15%)

7. Zeige, dass für alle $u \in \{a, b\}^*$ gilt:

(a) $L_{2|3}/u = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{count}(b, w) = \frac{2}{3} (\text{count}(a, w) + \text{count}(a, u)) - \text{count}(b, u)\}$ (10%)

(b) $L_{2|3}/u$ ist unendlich. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 12.5.2003 in den Tutorien abzugeben.