Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3001, 3005
Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

18. April 2005
Aufgaben 1

Theoretische Informatik 2

1. Übungsblatt

Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf Szenario 1.5 im Skript, bei dem Doppelsequenzen von Zeichenketten und deren Zusammensetzung zu Zwillingspuzzles eine Rolle spielen. In der Literatur sind diese Situationen als *Postsche Korrespondenzprobleme* und als Suche nach deren Lösungen bekannt. Ein *Postsches Korrespondenzproblem* ist also eine Zeichenkette der Form

$$--u_1-\cdots-u_k--v_1-\cdots-v_k--,$$

wobei u_i und v_i für $i = 1, \ldots, k$ selbst Zeichenketten sind, in denen der Bindestrich nicht vorkommt. Eine Indexfolge $i_1 \cdots i_n$ mit $n \geq 1$ und $1 \leq i_j \leq k$ für $j = 1, \ldots, n$ bildet eine *Lösung*, falls gilt:

$$u_{i_1} u_{i_2} \cdots u_{i_n} = v_{i_1} v_{i_2} \cdots v_{i_n}.$$

1. Betrachte das folgende Postsche Korrespondenzproblem:

$$\begin{array}{l} --d-de-deh-deh-deh-deha-deha-wa-wa-wah \\ --add-e-de-d-deha-eh-d-w-wah-wa--. \end{array}$$

   (a) Gib Lösungen der Länge 3 und 5 an. (10%)

   (b) Zeige, dass es keine weiteren Lösungen bis zur Länge 5 gibt. (15%)

2. Zeige, dass die Konkatenation zweier Lösungen eines Postschen Korrespondenzprobelms wieder eine Lösung ergibt. (10%)

3. Begründe, warum es unendlich viele Lösungen gibt, wenn ein Postsches Korrespondenzproblem eine Lösung besitzt. (10%)

4. Weise nach, dass das folgende Postsche Korrespondenzproblem keine Lösung besitzt:

$$\begin{array}{l} --yzx-zyx-zxy-xzy-xyz-yxz-xxx-yyy-zzz \\ --xyz-xzy-yzx-yxz-zxy-zyx-xx-yy-zz--. \end{array}$$

   (20%)

5. Sei $--u_1-\cdots-u_k--v_1-\cdots-v_k--$ ein gegebenes Postsches Korrespondenzproblem, dessen Zeichenvorrat neben dem Bindestrich nur aus einem weiteren Zeichen besteht.

   (a) Zeige, daß eine Lösung existiert, falls es einen Index $i \in \{1, \ldots, k\}$ gibt, so dass u_i und v_i die gleiche Länge haben. (5%)

   (b) Zeige, daß eine Lösung existiert, falls es Indizes $i, j \in \{1, \ldots, k\}$ gibt, so dass u_i länger ist als v_i und u_j kürzer ist als v_j. (10%)

   (c) Beweise mittels vollständiger Induktion die folgende Behauptung. Falls für alle $i \in \{1, \ldots, k\}$ u_i länger als v_i ist, gilt für alle nicht-leeren Indexfolgen s
   $$\mathit{length}(u(s)) > \mathit{length}(v(s)).$$
   Dabei ist $u(\lambda) = \lambda = v(\lambda)$, sowie $u(is) = u_i u(s)$ und $v(is) = v_i v(s)$. (15%)
   (In diesem Fall gibt es somit keine Lösung.)

   (d) Was gilt in den verbliebenen Fällen? (5%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 02.05.2005 in den Tutorien abzugeben.