

Theoretische Informatik 2

1. Übungsblatt

1. Spezifiziere in CE-S die Operation $elim: A^* \times A^* \rightarrow A^*$, so dass $elim(u, v)$ alle Zeichen aus u herauslöscht, die in v vorkommen und das Restwort ausgibt, d.h. z. B. $elim(aab, ac) = b$, $elim(aab, d) = aab$ und $elim(aab, ba) = \lambda$. Die Operation soll rekursiv spezifiziert werden. Teste sie für die 3 genannten Beispiele.

(20%)

2. Im folgenden ist die Operation $permute$ spezifiziert, welche als Eingabe ein beliebiges Wort über einem Alphabet A erhält und ein Wort über A^* ausgibt, d.h. $permute: A^* \rightarrow (A^*)^*$. Dabei bezeichne Λ das leere Wort in $(A^*)^*$, \circ die Konkatenation von Wörtern aus $(A^*)^*$ und $LENGTH(V)$ die Länge von V für alle $V \in (A^*)^*$.

permute

opns: $permute: A^* \rightarrow (A^*)^*$, $insert_1, add: A \times (A^*)^* \rightarrow (A^*)^*$,

$insert_2: A \times A^* \rightarrow (A^*)^*$

vars: $x, y \in A$, $v, Y \in A^*$, $V \in (A^*)^*$

eqns: $permute(\lambda) = \lambda$

$permute(xv) = insert_1(x, permute(v))$

$insert_1(x, \Lambda) = \Lambda$

$insert_1(x, Y \circ V) = insert_2(x, Y) \circ insert_1(x, V)$

$insert_2(x, \lambda) = x$

$insert_2(x, yv) = xyv \circ add(y, insert_2(x, v))$

$add(x, \Lambda) = \Lambda$

$add(x, Y \circ V) = xY \circ add(x, V)$

Beachte, dass λ und x in $(A^*)^*$ Wörter der Länge 1 sind. Somit liefern $permute(\lambda)$ und $insert_2(x, \lambda)$ Wörter in $(A^*)^*$ der Länge 1. Beachte auch, dass für eine korrekte Lösung der folgenden Aufgaben die saubere Auseinanderhaltung von A^* und $(A^*)^*$ notwendig ist.

Beweise die folgenden vier Behauptungen:

(a) $LENGTH(add(x, V)) = LENGTH(V)$ für alle $x \in A$, $V \in (A^*)^*$. (10%)

(b) $LENGTH(insert_2(x, v)) = length(v) + 1$ für alle $x \in A$, $v \in A^*$. (20%)

(c) $LENGTH(insert_1(x, V)) = (n + 1) \cdot LENGTH(V)$ für alle $x \in A$, $V \in (A^*)^*$, $n \in \mathbb{N}$, falls alle Einträge von V die Länge n haben (d.h. $V = v_1 \circ v_2 \circ \dots \circ v_{LENGTH(V)}$ mit $length(v_i) = n$ für $i = 1, \dots, LENGTH(V)$). (30%)

(d) $LENGTH(permute(v)) = length(v)!$ für alle $v \in A^*$. Hierbei darf vorausgesetzt werden, dass jeder Eintrag von $permute(v)$ die Länge $length(v)$ hat. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind in den jeweiligen Tutorien bis zum 29.5.2006, 10:00 abzugeben.