

Theoretische Informatik 2

2. Übungsblatt

1. Für ein festes Alphabet $A = \{a_1, \dots, a_k\}$ betrachte folgende Spezifikation:

bucketsort

opns: $bucketsort, bucket_1, \dots, bucket_k: A^* \rightarrow A^*$

vars: $x \in A, u \in A^*$

eqns: $bucketsort(u) = bucket_1(u) \cdots bucket_k(u)$

$bucket_i(\lambda) = \lambda$

$bucket_i(xu) = \text{if } x = a_i \text{ then } x \text{ } bucket_i(u) \text{ else } bucket_i(u)$

- (a) Was machen die in **bucketsort** enthaltenen Operationen? (10%)
(b) Welchen Aufwand hat die Operation *bucketsort*? (20%)
2. Die Operation *shuffle* sei durch folgende Spezifikation gegeben:

shuffle

opns: $shuffle: A^* \times A^* \rightarrow A^*$

vars: $x, y \in A, u, v \in A^*$

eqns: $shuffle(\lambda, v) = v$

$shuffle(u, \lambda) = u$

$shuffle(xu, yv) = xy \text{ } shuffle(u, v)$

- Gib $T^{shuffle}(m, n)$ als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (20%)
3. Betrachte die folgende Spezifikation des Sortierens mittels Quicksort:

quicksort

opns: $qsort: A^* \rightarrow A^*, filter: A \times A^* \times BOOL \rightarrow A^*$

vars: $x, y : A, v : A^*, b : BOOL$

eqns: $qsort(\lambda) = \lambda$

$qsort(xv) = qsort(filter(x, v, T)) x \text{ } qsort(filter(x, v, F))$

$filter(x, \lambda, b) = \lambda$

$filter(x, yv, b) = \text{if } (y \leq x) = b \text{ then } y \text{ } filter(x, v, b) \text{ else } filter(x, v, b)$

- (a) Gib $T^{filter}(n)$ als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (10%)

(b) Weise nach, dass folgende Gleichungen bzw. Ungleichungen gelten:

- i. $length(filter(x, w, T)) + length(filter(x, w, F)) = length(w)$ für alle $x \in A$ und $w \in A^*$, und (20%)
- ii. $T^{qsort}(n) \leq 4n^2 + 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind in der Woche vom 06.06. bis zum 12.06.2006 den Tutorien abzugeben.