Turing-berechenbare Funktion

Eine (partielle) Funktion $f\colon A^* \to A^*$ wird von einer Turing-Maschine TM berechnet, falls für alle $v, w \in A^*$ gilt:

$$f(w) = v \quad \text{gdw.} \quad \lambda s_0 w \stackrel{*}{\vdash} u s' v \Box^i$$

für geeignete $u \in (A \cup \{\Box\})^*, s' \in F$ und $i \in \mathbb{N}$.

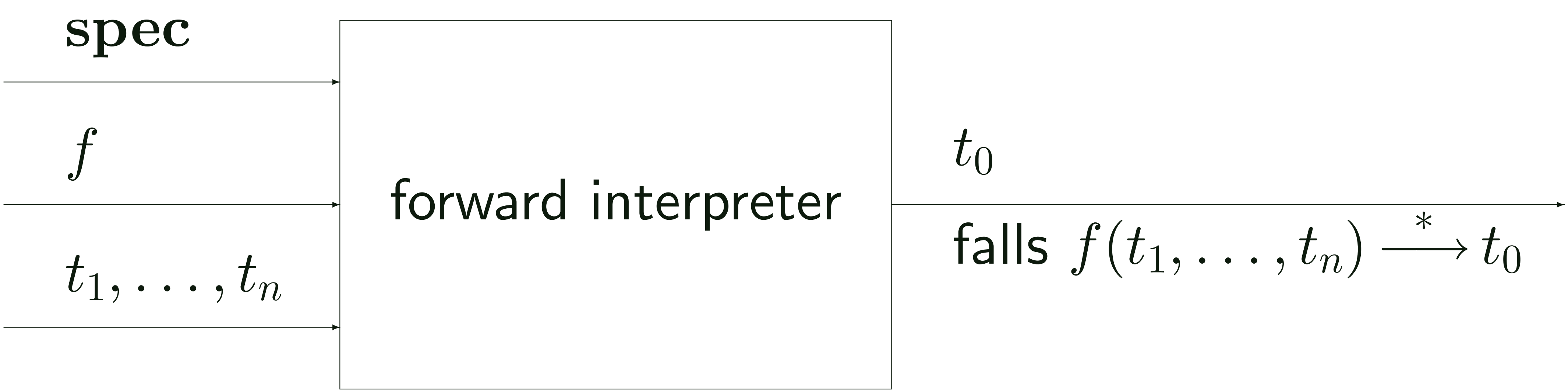
Schreibweise: $f = f_{TM}$

Beziehungen zwischen CE-S und Turing-Maschinen

Syntaxschema

spec	Name
opns: $decl_1, \ldots, decl_k$	Operationsdeklarationen
vars: $tv_1, \ldots tv_p$	Variablendeklarationen
eqns: $ce_1, \ldots, ce_l$	Bedingte Gleichungen

Interpreter für CE-S



- $t_1, \ldots t_n$: Werteterme, d.h. Terme, die nur aus Grundoperationen und Variablen aufgebaut sind

CE-S-berechenbare Funktion

Eine (partielle) Funktion $f\colon D_1 \times \cdots \times D_k \to D$ ist CE-S-berechenbar, falls eine CE-S-Spezifikation $spec(f)$ mit einer Operationsdeklaration

$$\hat{f}\colon D_1 \times \cdots \times D_k \to D$$

existiert, so dass für alle $a_i \in D_i$, $i = 1, \ldots, k$ und $a \in D$ gilt:

$$f(a_1, \ldots, a_k) = a \text{ g.d.w. } \hat{f}(a_1, \ldots, a_k) \xrightarrow{*} a.$$

Turing- und CE-S-Berechenbarkeit

Theorem Turing-Berechenbarkeit impliziert CE-S-Berechenbarkeit.

spec(TM)

opns: $f\colon A^* \to A^*$

$f_s\colon A'^* \times A'^* \to A^*$ für alle $s \in S$

vars: $u, v \in A'^*, w, x \in A^*,$

$c \in (A \cup \{\Box\})^*, y \in \{\Box\}^*$

eqns: $f(w) = f_{s_0}(\lambda, w)$

$f_s(u, av) = f_{s'}(u, bv)$ mit $(s', b, n) \in d(s, a)$

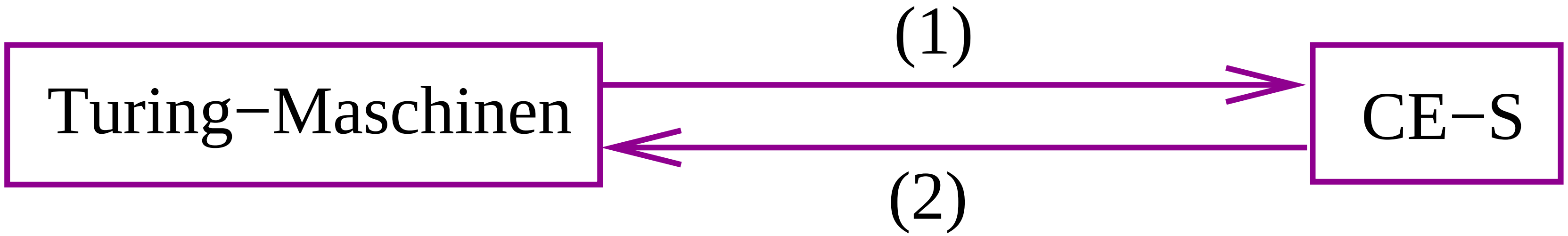
$f_s(u, av) = f_{s'}(ub, v)$ mit $(s', b, r) \in d(s, a)$

$$\left.\begin{array}{l} f_s(uc, av) = f_{s'}(u, cbv) \\ f_s(\lambda, av) = f_{s'}(\lambda, \Box bv) \end{array}\right\} \text{ mit } (s', b, l) \in d(s, a)$$

$f_s(u, \lambda) = f_s(u, \Box)$ mit $s \in S$

$f_{s'}(u, xy) = x$ mit $s' \in F$

Vergleich der Berechenbarkeitsmodelle Turing-Maschine und CE-S



(1) Zustände als rekursive Funktionen auf dem Band

(2) CE-S-Vorwärtsinterpreter als Turing-Maschine

Varianten von Turing-Maschinen

- Turing-Maschinen mit mehreren Bändern
- Turing-Maschinen mit einseitig beschränktem Band
- Turing-Maschinen mit mehreren Leseköpfen
- Turing-Maschinen mit mehrdimensionalem Arbeitsband
- ...

Theorem
Turing-Maschinen sind genauso mächtig wie ihre Varianten.

Äquivalenz zwischen deterministischen und nichtdeterministischen Turing-Maschinen

Theorem

Nichtdeterministische Turing-Maschinen erkennen dieselben Sprachen wie deterministische Turing-Maschinen.