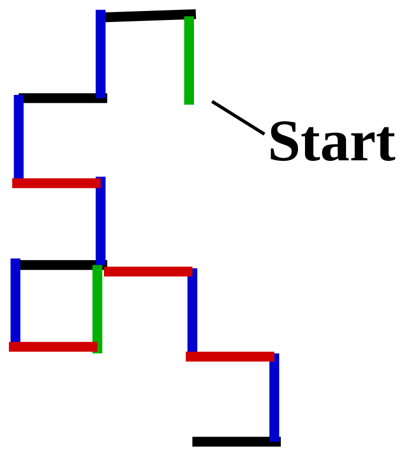
Formale Beschreibung der Drachenkurve

- Alphabet: $Comp = \{N, O, S, W\}$

- sogenannte Kettencodes zur Beschreibung der Liniensequenzen: $u \in Comp^*$

- z.B. $NWSWSOSWSONOSOSW$



dragoncurve — Name der Spezifikation

opns: $dc\colon \mathbb{N} \to Comp^*$
$ctb\colon Comp^* \to Comp^*$
Deklaration von Operationen (Name, Argument- und Wertebereiche)

vars: $n \in \mathbb{N}$
$u \in Comp^*$
Deklaration von Variablen (Name, Typ)

eqns: $dc(0) = N$
$dc(n+1) = ctb(dc(n))$
$ctb(\lambda) = \lambda$
$ctb(Nu) = N ctb(u) W$
$ctb(Ou) = O ctb(u) N$
$ctb(Su) = S ctb(u) O$
$ctb(Wu) = W ctb(u) S$

Definition der Operationen durch Gleichungen; Festlegung des Effekts von einzelnen Rechenschritten mit Rekursion über den induktiven Aufbau natürlicher Zahlen und Zeichenketten

Lehr- und Lernziel

Ermittlung des Zeitaufwands bei der Auswertung von Operationen auf Zeichenketten

Wesentliche Elemente zur Ermittlung des Aufwands von Algorithmen

- Modellierung von Algorithmen
- einschließlich ihrer Berechnung (Ausführung)
- Quantitative Erfassung als Zahlen der Berechnungsschritte
- Nachweisbarkeit der dafür erforderlichen Eigenschaften
- Geeigneter Ansatz: CE-S

CE-S (Conditional Equations on Strings)

- Algorithmenmodellierungssprache
- Algorithmen als Operationen mit Argument- und Wertebereichen
- Modellierung (Spezifikation, Definition) durch bedingte Gleichungen

Beispiel

dragoncurve

opns: $dc\colon \mathbb{N} \to Comp$

$ctb\colon Comp^* \to Comp^*$

vars: $n \in \mathbb{N}$ $u \in Comp^*$

eqns: $dc(0) = N$

$dc(n+1) = ctb(dc(n))$

$ctb(\lambda) = \lambda$

$ctb(Nu) = N ctb(u) W$

$ctb(Ou) = O ctb(u) N$

$ctb(Su) = S ctb(u) O$

$ctb(Wu) = W ctb(u) S$

Syntaxschema

spec	Name
opns: $decl_1, \ldots, decl_k$	Operationsdeklarationen
vars: $tv_1, \ldots tv_p$	Variablendeklarationen
eqns: $ce_1, \ldots, ce_l$	Bedingte Gleichungen

Operationsdeklaration

$$f\colon D_1 \times \cdots \times D_m \rightarrow D$$

- f: Name
- $D_1, \ldots, D_m$: Argumenttypen
- D: Wertetyp

Spezialfall Konstantendeklaration: $c\colon \; \rightarrow D$

Beispiele

- $count\colon A \times A^* \rightarrow \mathbb{N}$
- $5\colon \; \rightarrow \mathbb{N}$

Variablendeklaration

$$x \in D$$

- x: Name
- D: Typ

Beispiel

$$x \in A^*$$

Bedingte Gleichung

$$L = R \text{ falls } b$$

- L, R: Terme desselben Typs
- b: Term vom Typ $BOOL$

Term

Sei $DECL$ eine Menge von Operationsdeklarationen und X eine Menge von Variablendeklarationen.

Menge T_D aller Terme des Typs D

1. $(c\colon \ \to D) \in DECL$ impliziert $c \in T_D$;
2. $(x \in D) \in X$ impliziert $x \in T_D$;
3. $(f\colon D_1 \times \cdots \times D_k \to D) \in DECL$ und $t_i \in T_{D_i}$ für $i = 1, \ldots, k$ implizieren $f(t_1, \ldots, t_k) \in T_D$.

CE-S- Datentypen

- Wahrheitswerte $BOOL$ mit $T, F: BOOL$,
  $\neg: BOOL \to BOOL$;
  $\wedge$, $\vee$,. . . : $BOOL \times BOOL \to BOOL$,
- Natürliche und ganze Zahlen $\mathbb{N}$,$\mathbb{Z}$ mit üblichen arithmetischen Operationen und Vergleichen
- Alphabete $A, B, \ldots$ mit Elementen $a: \;\to A$,. . . und Gleichheit $\equiv: A \times A \to BOOL$
- Sprachen $A^*, B^*, \ldots$, $\mathbb{N}^*$,. . . , $(A^*)^*$, . . . mit λ,
  Konkatenation, $length$, $count$, $\equiv$, . . .