

Theoretische Informatik 2

2. Übungsblatt

1. Für ein festes Alphabet $A = \{a_1, \dots, a_k\}$ betrachte folgende Spezifikation:

bucketsort

opns: $bucketsort, bucket_1, \dots, bucket_k: A^* \rightarrow A^*$

vars: $x \in A, u \in A^*$

eqns: $bucketsort(u) = bucket_1(u) \cdots bucket_k(u)$

$bucket_i(\lambda) = \lambda$

$bucket_i(xu) = \text{if } x = a_i \text{ then } x \text{ } bucket_i(u) \text{ else } bucket_i(u)$

(a) Was machen die in **bucketsort** enthaltenen Operationen? (10%)

(b) Welchen Aufwand hat die Operation $bucketsort$? Beweise Deine Behauptung. (20%)

2. Betrachte die folgende Spezifikation des Sortierens mittels Bubblesort:

bubblesort

opns: $bubsort: A^* \rightarrow A^*, loop: A^* \times A^* \rightarrow A^*, bubble: A^* \rightarrow A^*$

vars: $x, y: A, u, v: A^*$

eqns: $bubsort(u) = loop(u, u)$

$loop(u, \lambda) = u$

$loop(u, xv) = loop(bubble(u), v)$

$bubble(x) = x$

$bubble(xyu) = \text{if } x \leq y \text{ then } x \text{ } bubble(yu) \text{ else } y \text{ } bubble(xu)$

(a) Weise die folgenden Behauptungen mit vollständiger Induktion nach:

i. $length(bubble(u)) = length(u)$ für alle $u \in A^* \setminus \{\lambda\}$. (10%)

ii. $T^{bubble}(n) = n$ für alle $n \geq 1$. (10%)

iii. $T^{loop}(m, n) = n \cdot (m + 1) + 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und alle $m \geq 1$. (15%)

(b) Zeige (ohne Induktion), dass für geeignete Konstanten $c, n_0 \in \mathbb{N}$ gilt:

$$T^{bubsort}(n) \leq c \cdot n^2 \text{ für alle } n \geq n_0.$$

(15%)

3. Die Operation *shuffle* sei durch folgende Spezifikation gegeben:

shuffle

opns: $shuffle: A^* \times A^* \rightarrow A^*$

vars: $x, y \in A, u, v \in A^*$

eqns: $shuffle(\lambda, v) = v$

$shuffle(u, \lambda) = u$

$shuffle(xu, yv) = xy shuffle(u, v)$

Gib $T^{shuffle}(m, n)$ als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung.

(20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 13.05.2008 in den Tutorien abzugeben.