Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3005
Tel.: 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: kuske@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

28. April 2008
Aufgaben 2

Theoretische Informatik 2

2. Übungsblatt

1. Für ein festes Alphabet $A = \{a_1, \ldots, a_k\}$ betrachte folgende Spezifikation:

   bucketsort
   opns: $bucketsort, bucket_1, \ldots, bucket_k \colon A^* \to A^*$
   vars: $x \in A,\ u \in A^*$
   eqns: $bucketsort(u) = bucket_1(u) \cdots bucket_k(u)$
   $bucket_i(\lambda) = \lambda$
   $bucket_i(xu) = \mathit{if}\ x = a_i\ \mathit{then}\ x\, bucket_i(u)\ \mathit{else}\ bucket_i(u)$

   (a) Was machen die in **bucketsort** enthaltenen Operationen? (10%)
   (b) Welchen Aufwand hat die Operation *bucketsort*? Beweise Deine Behauptung. (20%)

2. Betrachte die folgende Spezifikation des Sortierens mittels Bubblesort:

   bubblesort
   opns: $bubsort \colon A^* \to A^*,\ loop \colon A^* \times A^* \to A^*,\ bubble \colon A^* \to A^*$
   vars: $x, y : A,\ u, v : A^*$
   eqns:
   $$\begin{aligned} bubsort(u) &= loop(u,u) \\ loop(u,\lambda) &= u \\ loop(u,xv) &= loop(bubble(u),v) \\ bubble(x) &= x \\ bubble(xyu) &= \mathit{if}\ x \le y\ \mathit{then}\ x\, bubble(yu)\ \mathit{else}\ y\, bubble(xu) \end{aligned}$$

   (a) Weise die folgenden Behauptungen mit vollständiger Induktion nach:
      i. $length(bubble(u)) = length(u)$ für alle $u \in A^* \setminus \{\lambda\}$. (10%)
      ii. $\mathrm{T}^{bubble}(n) = n$ für alle $n \ge 1$. (10%)
      iii. $\mathrm{T}^{loop}(m,n) = n \cdot (m+1) + 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und alle $m \ge 1$. (15%)
   (b) Zeige (ohne Induktion), dass für geeignete Konstanten $c, n_0 \in \mathbb{N}$ gilt:
   $$\mathrm{T}^{bubsort}(n) \le c \cdot n^2 \text{ für alle } n \ge n_0.$$
   (15%)

3. Die Operation *shuffle* sei durch folgende Spezifikation gegeben:

   shuffle
   opns: $shuffle \colon A^* \times A^* \to A^*$
   vars: $x, y \in A,\ u, v \in A^*$
   eqns:
   $$\begin{aligned} shuffle(\lambda, v) &= v \\ shuffle(u,\lambda) &= u \\ shuffle(xu, yv) &= xy\, shuffle(u,v) \end{aligned}$$

   Gib $T^{shuffle}(m,n)$ als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 13.05.2008 in den Tutorien abzugeben.