Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3005
Tel.: 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: kuske@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

26. Mai 2008
Aufgaben 4

Theoretische Informatik 2

4. Übungsblatt

1. Zeige, dass die Reduktion von *DHC* auf *HC* (siehe Vorlesungsfolien vom 26.5. oder z.B. [HMU02], [HMU07] aus den Literaturhinweisen im Skript) nicht möglich ist, falls jeder Knoten nur durch 2 statt durch 3 Knoten ersetzt wird. (15%)

2. Das *Rucksack*-Problem ist NP-vollständig und erhält als Eingaben eine Sequenz $a_1, \ldots, a_n$ mit $a_i \in \mathbb{N}$ für $i = 1, \ldots, n$ und ein $k \in \mathbb{N}$. Die Ausgabe ist genau dann T, wenn eine Teilmenge $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$ existiert, so dass gilt:

$$\sum_{i \in I} a_i = k.$$

Betrachte das Problem *MaxMin* mit den folgenden Eingaben:

- $a_1, \ldots, a_n$ und $b_1, \ldots, b_n$ mit $a_i, b_i \in \mathbb{N}$ für $i = 1, \ldots, n$,
- $Max, Min \in \mathbb{N}$.

Die Ausgabe von *MaxMin* ist genau dann T, wenn es eine Teilmenge $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$ gibt, so dass

$$\sum_{i \in I} a_i \leq Max \text{ und } \sum_{i \in I} b_i \geq Min.$$

Zeige, dass *MaxMin* NP-vollständig ist, d.h.:

(a) Zeige zuerst, dass *MaxMin* in *NP* liegt. (Hinweis: Dafür genügt es zu zeigen, dass mit einem deterministischen polynomiellen Algorithmus getestet werden kann, ob eine gegebene Menge $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$ die obige Bedingung erfüllt, d.h. $\sum_{i \in I} a_i \leq Max$ und $\sum_{i \in I} b_i \geq Min$.) (10%)

(b) Reduziere *Rucksack* auf *MaxMin*, so dass die Reduktion höchstens polynomiellen Zeitaufwand hat. (10%)

(c) Zeige, dass für Deine Reduktion in b) gilt:

$$\begin{array}{ll} & Rucksack(a_1, \ldots, a_n, k) = T \\ \Longleftrightarrow & MaxMin(red(a_1, \ldots, a_n, k)) = T. \end{array}$$

Dabei bezeichnet $red(a_1, \ldots, a_n, k)$ die übersetzte Eingabe von *Rucksack*. (10%)

3. Welche Sprache wird von der Grammatik G_{riddle} erzeugt, die folgende Produktionen besitzt:

$$\begin{array}{l} S ::= AaBD,\ \ aB ::= Baa,\ \ AB ::= AC, \\ Ca ::= aC,\ \ CD ::= BD,\ \ A ::= \lambda,\ \ BD ::= \lambda. \end{array}$$

Dabei ist a das einzige terminale Zeichen und S das Startsymbol. (15%)

4. Entwirf eine Grammatik für die Sprache $\{a^k b^l c^k d^l \mid k, l \geq 1\}$. (15%)

5. Für eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$ heißt eine Regel $(A ::= w) \in P$ *wohlgeformt*, falls $w \in T$ oder $w \in N^*$ mit $length(w) \geq 2$.

(a) Entwirf ein Verfahren, das aus einer beliebigen kontextfreien Grammatik $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik G' mit ausschließlich wohlgeformten Regeln erzeugt, derart dass $L(G') = L(G)$. Dabei kann angenommen werden, dass G keine λ-Produktionen und keine Kettenregeln enthält. (15%)

(b) Veranschauliche deine Konstruktion an der Beispielgrammatik $(\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Regeln $S ::= Ab \mid Ba$, $A ::= AbA \mid aS \mid a$, $B ::= BBa \mid b \mid ASA$. (10%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 09.06.08 in den Tutorien abzugeben.