

Theoretische Informatik 2

2. Übungsblatt

1. Betrachte das Alphabet $A = \{a, b\}$ und die folgende Spezifikation:

separate

opns: $rem: A \times A^* \rightarrow A^*$, $sep: A^* \rightarrow A^*$
vars: $x, y \in A$, $u \in A^*$
eqns: $rem(x, \lambda) = \lambda$
 $rem(x, xu) = rem(x, u)$
 $rem(x, yu) = y rem(x, u)$ falls $x \neq y$
 $sep(u) = rem(b, u)rem(a, u)$

- (a) Was machen die in **separate** enthaltenen Operationen? (10%)
(b) Gib $T^{sep}(n)$ als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (20%)

2. Die Operation *subword* sei durch folgende Spezifikation gegeben:

subword

opns: $prefix, subword: A^* \times A^* \rightarrow BOOL$
vars: $x, y \in A$, $u, v \in A^*$
eqns: $prefix(\lambda, v) = T$
 $prefix(xu, \lambda) = F$
 $prefix(xu, yv) = (x = y) \wedge prefix(u, v)$
 $subword(\lambda, v) = T$
 $subword(xu, \lambda) = F$
 $subword(xu, yv) = prefix(xu, yv) \vee subword(xu, v)$

Beweise die folgenden Behauptungen mittels vollständiger Induktion.

- (a) $T^{prefix}(m, n) = \min(m, n) + 1$ für alle $m, n \in \mathbb{N}$. (\mathbb{N} bezeichnet die Menge der natürlichen Zahlen inklusive der Null.) (10%)
(b) $T^{subword}(m, n) \leq 2 \cdot m \cdot n$ für alle $m, n \geq 2$. (20%)

3. Betrachte die folgende Spezifikation des Sortierens mittels Quicksort:

quicksort

opns: $qsort: A^* \rightarrow A^*$, $filter: A \times A^* \times BOOL \rightarrow A^*$

vars: $x, y : A$, $v : A^*$, $b : BOOL$

eqns: $qsort(\lambda) = \lambda$

$qsort(xv) = qsort(filter(x, v, T)) x qsort(filter(x, v, F))$

$filter(x, \lambda, b) = \lambda$

$filter(x, yv, b) = if (y \leq x) = b then y filter(x, v, b) else filter(x, v, b)$

Beweise die folgenden Behauptungen mittels vollständiger Induktion.

(a) $T^{filter}(n) = n + 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$. (10%)

(b) $length(filter(x, w, T)) + length(filter(x, w, F)) = length(w)$ für alle $x \in A$ und $w \in A^*$. (10%)

(c) $T^{qsort}(n) \leq 4n^2 + 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Zeit zwischen dem 12.05. und dem 18.05.09 in den Tutorien abzugeben.