

Theoretische Informatik 2

3. Übungsblatt

1. (a) Betrachte die Spezifikation **insert** aus Abschnitt 3.7 des Skripts. Zeige, dass die Auswertung von $sort(w)$ für Eingabewörter w der Länge n , die falsch herum sortiert sind, mindestens $\frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 1$ Schritte braucht. Dabei ist ein Wort w falsch herum sortiert, falls für jedes Zeichen x in w alle nachfolgenden kleiner als x sind. (20%)
(b) Wie viele Schritte benötigt die Auswertung von $sort(w)$ mindestens, wenn $is\text{-sorted}(w) = T$ gilt? (Die Operation $is\text{-sorted}$ ist in Abschnitt 3.2. des Skripts definiert.) Beweise Deine Antwort. (20%)
2. Der klassische Algorithmus zur Multiplikation von (n, n) -Matrizen benötigt n^3 Multiplikationen und $n^3 - n^2$ Additionen. Dagegen verwendet der Algorithmus von Winograd $\frac{1}{2}n^3 + n^2$ Multiplikationen und $\frac{3}{2}n^3 + 2n^2 - 2n$ Additionen.
Für welche $n \in \mathbb{N}$ arbeitet der Algorithmus von Winograd effizienter, wenn eine Multiplikation gegenüber einer Addition fünfmal soviel Zeit benötigt? (20%)
3. Für Funktionen $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ gilt $g \in O(f)$ genau dann, wenn Konstanten $c > 0$ und $n_0 \in \mathbb{N}$ existieren, so dass $g(n) \leq c \cdot f(n)$ für alle $n \geq n_0$.
Sei op eine CE-S-Operation mit $T^{op}(n) = 3n^3(n+5)(n-4)$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Welche der folgenden drei Aussagen sind korrekt?
(a) $T^{op}(n) \in O(n)$
(b) $T^{op}(n) \in O(n^6)$
(c) $T^{op}(n) \in O(\frac{1}{2}n^5)$ (10%)
4. Sei $h_1(n) = f(n) \cdot g(n)$, $h_2(n) = f(n) \cdot h(n)$ und $g \in O(h)$. Zeige, dass dann $h_1 \in O(h_2)$ gilt. (10%)
5. Zeige mit Hilfe von Aufgabe 4, dass $n \in O(n \lg n)$ gilt. (10%)
6. Zeige, dass $n \lg n$ nicht in $O(n)$ enthalten ist. (10%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Zeit zwischen dem 26.05. und dem 01.06.09 in den Tutorien abzugeben. Die TeilnehmerInnen des Tutoriums am Montag können ihre Lösungen ins Postfach Nr. 80 (Prof. Dr. Carsten Lutz) in der 6. Ebene im MZH werfen.