

## Theoretische Informatik 2

### 2. Übungsblatt

1. Für ein festes Alphabet  $A = \{a_1, \dots, a_k\}$  betrachte folgende Spezifikation:

#### **bucketsort**

opns:  $bucketsort, bucket_1, \dots, bucket_k: A^* \rightarrow A^*$

vars:  $x \in A, u \in A^*$

eqns:  $bucketsort(u) = bucket_1(u) \cdots bucket_k(u)$

$bucket_i(\lambda) = \lambda$

$bucket_i(xu) = \text{if } x = a_i \text{ then } x \text{ } bucket_i(u) \text{ else } bucket_i(u)$

(a) Was machen die in **bucketsort** enthaltenen Operationen? 10%

(b) Welchen Aufwand hat die Operation *bucketsort*? Beweise Deine Behauptung. 20%

2. Betrachte die folgende Spezifikation des Sortierens mittels Bubblesort:

#### **bubblesort**

opns:  $bubsort: A^* \rightarrow A^*, loop: A^* \times A^* \rightarrow A^*, bubble: A^* \rightarrow A^*$

vars:  $x, y \in A, u, v \in A^*$

eqns:  $bubsort(u) = loop(u, u)$

$loop(u, \lambda) = u$

$loop(u, xv) = loop(bubble(u), v)$

$bubble(x) = x$

$bubble(xyu) = \text{if } x \leq y \text{ then } x \text{ } bubble(yu) \text{ else } y \text{ } bubble(xu)$

(a) Weise die folgenden Behauptungen mit vollständiger Induktion nach:

i.  $length(bubble(u)) = length(u)$  für alle  $u \in A^* \setminus \{\lambda\}$ . 10%

ii.  $T^{bubble}(n) = n$  für alle  $n \geq 1$ . 10%

iii.  $T^{loop}(m, n) = n \cdot (m + 1) + 1$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  und alle  $m \geq 1$ . 10%

(b) Zeige (ohne Induktion), dass für geeignete Konstanten  $c, n_0 \in \mathbb{N}$  gilt:

$$T^{bubsort}(n) \leq c \cdot n^2 \text{ für alle } n \geq n_0.$$

10%

3. Betrachte die folgende Spezifikation des Sortierens mittels Quicksort:

**quicksort**

opns:  $qsort: A^* \rightarrow A^*$ ,  $filter: A \times A^* \times BOOL \rightarrow A^*$

vars:  $x, y \in A$ ,  $v \in A^*$ ,  $b \in BOOL$

eqns:  $qsort(\lambda) = \lambda$

$qsort(xv) = qsort(filter(x, v, T)) x qsort(filter(x, v, F))$

$filter(x, \lambda, b) = \lambda$

$filter(x, yv, b) = if (y \leq x) = b then y filter(x, v, b) else filter(x, v, b)$

Beweise die folgenden Behauptungen mittels vollständiger Induktion.

(a)  $length(filter(x, w, T)) + length(filter(x, w, F)) = length(w)$  für alle  $x \in A$   
und alle  $w \in A^*$ . (10%)

(b)  $T^{qsort}(n) \leq 4n^2 + 1$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ . Dabei kann vorausgesetzt werden, dass  
 $T^{filter}(n) = n + 1$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ . (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 10.05.2010 in den Tutorien abzugeben.