Elementare Ersetzung in Hypergraphen

Renate Klempien-Hinrichs
Universität Bremen

Graphersetzungssysteme sind ein mächtiges Modell zur Formalisierung von Berechnungen auf Graphen und zur Spezifikation von Graphsprachen. Eine verbreitete Einschränkung besteht darin, die Ersetzung von atomaren Einheiten eines Graphen (oder Hypergraphen) – d.h. von Knoten bzw. von (Hyper)Kanten – zu betrachten.

Knotenersetzungssysteme erlauben es, Knoten eines Graphen durch einen Graphen zu ersetzen und diesen neuen Graphen durch Kanten mit dem Rest des alten Graphen zu verbinden und somit einzubetten. Durch die Einbettung des neuen Graphen in den Rest des alten Graphen kann es zu einer Vervielfältigung von Kanten kommen. Eine typische Sprache, die sich durch eine Knotenersetzungsgrammatik, jedoch nicht durch eine Hyperkantenersetzungsgrammatik erzeugen läßt, ist die Menge aller vollständigen Graphen.

Hyperkantenersetzungssysteme erlauben es, Hyperkanten eines Hypergraphen durch einen Hypergraphen zu ersetzen. Hierbei werden ausgezeichnete Knoten des neuen Hypergraphen mit den Anknüpfungspunkten der Hyperkante im Restgraphen verklebt. Insbesondere können selektiv Hyperkanten gelöscht werden. Eine typische Sprache, die sich durch eine Hyperkantenersetzungsgrammatik erzeugen läßt, ist die Menge aller partiellen k-Bäume (für ein festes k).

In diesem Vortrag wird eine Kombination von Knoten- und Hyperkantenersetzung in Hypergraphen, die sogenannte *Atomersetzung*, vorgestellt. Dabei wird eine atomare Einheit durch einen Hypergraphen ersetzt, indem dieser mit dem Resthypergraphen sowohl durch Ziehen von Einbettungshyperkanten als auch durch Verkleben von Knoten verbunden wird. Durch die Kombination der Ersetzungstechniken in einen Formalismus läßt sich z.B. die Sprache aller Graphen, die vollständig oder ein partieller k-Baum sind, durch eine Atomersetzungsgrammatik auf einfache Art und Weise erzeugen.

Es zeigt sich, daß sowohl Hyperkantenersetzung (siehe [Hab92]) als auch Knotenersetzung in Hypergraphen (siehe [Kle96]) Spezialfälle der Atomersetzung sind und daß Atomersetzungssprachen gegenüber Vereinigung abgeschlossen sind. Dies erlaubt es, die Vorteile der Knotenersetzung und die der Hyperkantenersetzung zu nutzen: Wenn viele Kanten gezogen werden müssen, kann Knotenersetzung verwendet werden und wenn selektiv Kanten gelöscht werden müssen, läßt sich dies mit Hyperkantenersetzung bewerkstelligen. Da konfluente Knotenersetzung in Hypergraphen die *separierten Hantelgrammatiken* aus [CER93] verallgemeinert, gilt dies auch für Atomersetzung; der Zusammenhang zwischen allgemeiner Hantelersetzung und Atomersetzung ist dagegen noch ungeklärt.

Literatur

[CER93] Bruno Courcelle, Joost Engelfriet, and Grzegorz Rozenberg. Handle-rewriting hypergraph grammars. *Journal of Computer and System Sciences*, 46:218–270, 1993.

[Hab92] Annegret Habel. *Hyperedge Replacement: Grammars and Languages*, volume 643 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag, Berlin, 1992.

[Kle96] Renate Klempien-Hinrichs. Node replacement in hypergraphs: Simulation of hyperedge replacement, and decidability of confluence. In J. Cuny, H. Ehrig, G. Engels, and G. Rozenberg, editors, *Proc. Fifth Intl. Workshop on Graph Grammars and Their Application to Comp. Sci.*, volume 1073 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 397–411. Springer, 1996.

[KR90] Hans-Jörg Kreowski and Grzegorz Rozenberg. On structured graph grammars, parts I and II. *Information Sciences*, 52:185–210 and 221–246, 1990.