Kontextfreie und kontextsensitive Collagen-Grammatiken

Hans-Jörg Kreowski
Fachbereich 3 – Mathematik/Informatik
Universität Bremen
Postfach 33 04 40
D–28334 Bremen

Collagen-Grammatiken sind Regelsysteme zur Erzeugung d-dimensionaler Bildsprachen. Eine Collage besteht aus einer Menge von Teilen, d.h. Teilmengen des $\mathbb{R}^d$, deren Vereinigung das zugehörige Bild liefert. Der in Collagen-Grammatiken benutzte Generierungsmechanismus basiert auf der Ersetzung von Hyperkanten – atomaren nichtterminalen Objekten, die in ähnlicher Form auch auf dem Gebiet der Graphgrammatiken Verwendung finden. Die linke Seite einer Produktion besteht im kontextfreien Fall aus einer einzelnen Hyperkante, während die linke Seite einer kontextsensitiven Produktion zusätzlich einen Kontext enthalten kann, der zur Anwendung einer Regel in der Collage vorhanden sein muß (aber selbst durch die Produktion nicht verändert wird).

Kontextfreie Collagen-Grammatiken wurden bereits in einer Reihe von Arbeiten untersucht (siehe z.B. [HKT93, DHKT95, DK96, Dre96]). Überraschend schwierig gestaltet sich selbst bei dieser Variante der Nachweis, daß bestimmte Collagensprachen nicht generierbar sind. Der Grund dafür ist, daß für Collagensprachen bisher kein als Kriterium für Kontextfreiheit nutzbares Pumpinglemma bekannt ist. Inzwischen konnten allerdings zwei andere Kriterien solcher Art gefunden werden [DKL97]. Diese betreffen die Anzahl der Teile generierter Collagen, welche höchstens linear schnell wachsen kann, und das Volumen der in einer Sprache vorkommenden Teile. Einfach ausgedrückt, wächst das Volumen (sofern es überhaupt wächst) stets exponentiell.

Mit Hilfe des ersten Kriteriums kann man jetzt auch die Klasse der kontextsensitiven von der der kontextfreien Collagensprachen trennen, was vorher wegen fehlender trennender Beispiele nicht möglich war.

Literatur

[DHKT95] Frank Drewes, Annegret Habel, Hans-Jörg Kreowski, and Stefan Taubenberger. Generating self-affine fractals by collage grammars. *Theoretical Computer Science*, 145:159–187, 1995.

[DK96] Frank Drewes and Hans-Jörg Kreowski. (Un-)decidability of geometric properties of pictures generated by collage grammars. *Fundamenta Informaticae*, 25:295–325, 1996.

[DKL97] Frank Drewes, Hans-Jörg Kreowski, and Denis Lapoire. Criteria to disprove context-freeness of collage languages. In B.S. Chlebus and L. Czaja, editors, *Proc. Fundamentals of Computation Theory XI*, volume 1279 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 169–178, 1997.

[Dre96] Frank Drewes. Language theoretic and algorithmic properties of d-dimensional collages and patterns in a grid. *Journal of Computer and System Sciences*, 53:33–60, 1996.

[HKT93] Annegret Habel, Hans-Jörg Kreowski, and Stefan Taubenberger. Collages and patterns generated by hyperedge replacement. *Languages of Design*, 1:125–145, 1993.