Ergebnisse zu Komplexitätsklassen und Bemerkungen zur Zeitreduktion in zellularen Räumen

Thomas Buchholz und Martin Kutrib
Institut für Informatik
Universität Gießen
Arndtstr. 2, 35392 Gießen
{buchholz,kutrib}@informatik.uni-giessen.de

Zellulare Räume sind seit ihrer Einführung durch J. von Neumann (1966) [8] hinsichtlich verschiedener Aspekte untersucht worden. Standen in den frühen Jahren strukturelle Fragen (z.B. Standardisierungen, Fähigkeit zur Selbstreproduktion) im Vordergrund, so konzentrierte sich das Interesse in der Folgezeit mehr und mehr auf Probleme im Zusammenhang mit Berechnungen (z.B. Sprachverarbeitung, Mustertransformation, Simulation, Modellierung).

Wir betrachten neben den klassischen *zellularen Räumen* (CS) deren *iterative* Varianten (IA) [2] sowie die linear raumbeschränkten *zellularen Automaten* (CA) und eine Verallgemeinerung, bei der jede Zelle mit zusätzlichem Kellerspeicher versehen ist (PDCA) [6]. Es werden zwei naheliegende Verbindungsstrukturen unterschieden. Im eindimensionalen Euklidischen Raum ist zum einen jede Zelle mit ihren beiden unmittelbaren Nachbarn verbunden, woraus sich ein bidirektionaler Informationsfluß ergibt, zum anderen ist jede Zelle lediglich mit ihrem unmittelbaren rechten Nachbarn verbunden, woraus sich ein unidirektionaler Informationsfluß von rechts nach links ergibt (Abkürzungen OCA, OPDCA) [3, 7].

Ein erstaunlich hartnäckiges Problem ist die Existenz einer Sprache, deren Erkennung in bidirektionalen zellularen Automaten mehr als Realzeit benötigt (es ist z.B. nicht bekannt, ob ein CA in Exponentialzeit mehr zu leisten vermag als in Realzeit).
Ein weiteres offenes Problem ist die Frage, ob bidirektionale zellulare Automaten ohne Zeitbeschränkung mehr zu leisten vermögen, als unidirektionale [4].

Wir werden dieses Problem für PDCAs positiv beantworten.

Weitere Ergebnisse bzgl. Komplexitätsklassen betreffen den Bereich zwischen Real- und Linearzeit in OCAs. Dank bekannter Beschleunigungssätze [5] läßt sich jede Linearzeit-Sprache bereits in $(1+\varepsilon)$ mal Realzeit erkennen (für ein rationales $\varepsilon > 0$). Üblicherweise gibt man sich mit dieser „fast Realzeit" zufrieden.

Es wird sich aber herausstellen, daß Sprachen in Komplexitätsklassen unterhalb von Linearzeit existieren, die nicht in Realzeit erkannt werden können. Im unären Fall läßt sich sogar eine Lücke zwischen Realzeit und Realzeit + Logarithmus nachweisen.

Anhand dieser Problematik läßt sich verdeutlichen, daß die üblicherweise verwendete Definition von Zeit-Komplexitätsklassen nur dann das Gewünschte leistet, wenn die Komplexitätsfunktion selbst im zellularen Automaten zeitberechenbar ist [1].

In einem zweiten Teil wird die Möglichkeit, gleichzeitig die Nachbarschaft und die Zeit in einem zellularen Raum zu reduzieren [9], neu beleuchtet. Die hierfür notwendige Abbildung der Anfangskonfiguration des simulierten Raumes in den simulierenden ist eng verknüpft mit dem zugrundeliegenden Simulationsbegriff.

Anhand verschiedener Simulationsbegriffe kann gezeigt werden, daß die bekannten Ergebnisse zur Zeitreduktion in ihrer Allgemeinheit eher fragwürdig sind. Entsprechende Aussagen mit leicht modifizierten Voraussetzungen können aber bewiesen werden.

Literatur

[1] Buchholz, Th. and Kutrib, M. *On time computability of functions in one-way cellular automata*. Erscheint in Acta Informatica (1998).

[2] Cole, S. N. *Real-time computation by n-dimensional iterative arrays of finite-state machines*. IEEE Transactions on Computers C-18 (1969), 349–365.

[3] Dyer, C. R. *One-way bounded cellular automata*. Information and Control 44 (1980), 261–281.

[4] Ibarra, O. H. and Jiang, T. *On some open problems concerning the complexity of cellular arrays*. Results and Trends in Theoretical Computer Science, LNCS 812, 1994, pp. 183–196.

[5] Ibarra, O. H. and Palis, M. A. *Some results concerning linear iterative (systolic) arrays*. Journal of Parallel and Distributed Computing 2 (1985), 182–218.

[6] Kutrib, M. *Pushdown cellular automata*. Erscheint in Theoretical Computer Science 203 (1997).

[7] Kutrib, M. and Richstein, J. *Real-time one-way pushdown cellular automata languages*. Developments in Language Theory II. At the Crossroads of Mathematics, Computer Science and Biology, 1996, pp. 420–429.

[8] von Neumann, J. *Theory of Self-Reproducing Automata*. edited and completed by Arthur W. Burks. University of Illinois Press, 1966.

[9] Smith III, A. R. *Cellular automata complexity trade-offs*. Information and Control 18 (1971), 466–482.