

2. Übungsblatt

Ausgabe: 12.05.14

Abgabe: 26.05.14

In diesem Übungsblatt beginnen wir mit dem Beweisen mit Hilfe des Beweisassistentensystems Isabelle. Das Isabelle System finden Sie unter <http://isabelle.in.tum.de/> für verschiedene Betriebssysteme. Eine Einführung sowie Verweise auf ein Tutorial und ein Handbuch finden Sie unter

<http://isabelle.in.tum.de/overview.html>.

Zur Bearbeitung des Übungsblattes finden Sie auf der Webseite der Vorlesung die Definition der Aussagenlogik in der Datei VSPL.thy. Die Beweise müssen in der Datei Übung2.thy angegeben werden, die auch auf der Webseite der Vorlesung zu finden ist. Laden Sie diese in Isabelle.

2.1 Beweisen in Isabelle

5 Punkte

Formalisieren Sie die folgenden Beweise im Kalkül des natürlichen Schließens im Beweisassistentensystem Isabelle.

(A1a.) Beweis für $\vdash A \wedge \perp \longleftrightarrow \perp$

$$\frac{\frac{\frac{[A \wedge \perp]}{\perp} \wedge E_2}{A \wedge \perp \longrightarrow \perp} \longrightarrow I \quad \frac{\frac{[\perp]}{A \wedge \perp} \perp}{\perp \longrightarrow A \wedge \perp} \longrightarrow I}{A \wedge \perp \longleftrightarrow \perp} \longleftrightarrow I$$

(A1b.) Beweis für $\vdash A \wedge (A \vee B) \longleftrightarrow A$:

$$\frac{\frac{\frac{[A \wedge (A \vee B)]}{A} \wedge E_1}{A \wedge (A \vee B) \longrightarrow A} \longrightarrow I \quad \frac{\frac{[A]}{A \vee B} \vee I_L}{A \wedge (A \vee B)} \wedge I}{A \wedge (A \vee B) \longrightarrow A \quad A \longrightarrow A \wedge (A \vee B) \longrightarrow A} \longrightarrow I \quad \longleftrightarrow I$$

2.2 Beweisen in Isabelle

15 Punkte

Beweisen Sie die folgenden Aussagen im Beweissystem Isabelle:

(A2a) $\vdash \varphi \longrightarrow \varphi$

(A2b) $\vdash \varphi \longrightarrow (\psi \longrightarrow (\varphi \wedge \psi))$

(A2c) $\neg \varphi \vdash (\varphi \longrightarrow \neg \psi)$

(A2d) $\neg(\varphi \wedge \neg \psi), \varphi \vdash \psi$

(A2e) $\vdash (\varphi \longrightarrow \psi) \longleftrightarrow \neg(\varphi \wedge \neg \psi)$