Formale Modellierung
Vorlesung 11 vom 28.06.2014: Formale Modellierung von Software

Christoph Lüth

Universität Bremen

Sommersemester 2015

Fahrplan

- Teil I: Formale Logik
- Teil II: Spezifikation und Verifikation
  - Formale Modellierung von Software
  - Temporale Logik und Modellprüfung
  - Zusammenfassung, Rückblick, Ausblick

Das Tagesmenü

- Modellierung von Software: Spezifikation
  - Modellierung des Verhaltens (nicht des Programmes)
- Ein weites Feld:
  - Entwicklungsmodelle, Vorgehensmodelle, ...
  - Informelle Sprachen (UML)
- Hier: formale Spezifikation

Algebraische Spezikation

- Idee: Spezifikation ist Signatur, Programme sind Algebren
- Mathematische Grundlage: universelle Algebra
- Geschichtliches:
  - Entstanden um 1976 (ADJ-Gruppe)
  - In den 80ern Vielzahl von algebraischen Sprachen
  - Ende 90er Entwicklung der Einheitssprache CASL
- Beispielsprachen: CASL, OBJ, Maude

Die Grundidee

- Deklaration von Typen und Operationen in Signatur
- Gewünschte Eigenschaften als Axiome
- Semantik: lose (alle Algebren) vs. initial (Termalgebra)

Ein klassisches Beispiel

- Ein Stack hat zwei Sorten und vier Operationen:

```
typedecl 'a stack
axiomatization
  empty :: "'a stack"
  push  :: "'a stack => 'a => 'a stack"
  pop   :: "'a stack => 'a stack"
  top   :: "'a stack => 'a"
```

- Axiome: pop und top invers zu push

```
where  a1: "top (push s x) = x"
       a2: "pop (push s x) = s"
```

  - pop, top partiell?
  - Keine Seiteneffekte

Modellbasierte Spezifikation

- Grundidee: Konstruktion eines (nicht-ausführbaren) Modells
- Basiert auf konsistenter, ausdrucksstarker Logik:
  - Mengenlehre (getypt, ungetypt),
  - Typtheorie
  - HOL
- Geschichtliches:
  - VDM, entwickelt früher 70er (IBM-Labor Wien)
  - Früher industrieller Einsatz
  - Standardisierung in den 90ern (VDM, Z)
- Beispielsprachen: VDM, Z, B

Das klassische Beispiel

- Der Stack modellbasiert:
  - Sehr einfach — der Stack ist eine Liste

```
type_synonym 'a stack = "'a list"
definition empty :: "'a stack"
where     "empty == []"
definition push  :: "'a stack => 'a => 'a stack"
where "push s a == a# s"
definition pop   :: "'a stack => 'a stack"
where "pop s == tl s"
definition top   :: "'a stack => 'a"
where "top s == hd s"
```

Vor- und Nachteile

- Algebraische Spezifikationen:
  - Abstrakter, leichter zu schreiben
  - aber werden leicht inkonsistent
- Modellbasierte Spezifikationen:
  - Konsistenz garantiert, ausdrucksmächtiger
  - aber manchmal zu mächtig

Weitere Modellierungssprachen

- JML — light-weight oder code-based specification
- UML — semi-formal

Java Modeling Language (JML)

- Zentral: funktionale Korrektheit
- "Design by contract"
- Spezifikation nahe am Code (Annotationen)
- Vor/Nachbedingungen, Invarianten
- Werkzeuge: ESC/Java2, Mobius

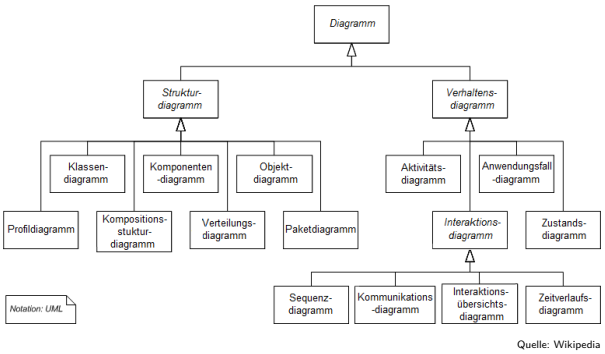
JML: Erstes Beispiel

```
public abstract class LinearSearch
{
 //@ requires j >= 0;
 public abstract /*@ pure @*/ boolean f(int j);

 //@ ensures 0 <= \result;
 //@ ensures (\exists int j; 0 <= j && j <= \result; f(j));
 public abstract /*@ pure @*/ int limit();

 /*@ public normal_behavior
   @   requires (\exists int i; 0 <= i && i <= limit(); f(i));
   @   assignable \nothing;
   @   ensures f(\result) &&
   @           (\forall int i; 0<= i && i < \result; ! f(i));
   @*/
 public int find()
}
```


UML als formale Spezifikationssprache

Diagrammtyp	Modellierte Aspekte	Formal
Klassendiagramm	Statische Systemstruktur	Ja
Paketdiagramm	Pakete, Namensräume	Nein
Objektdiagramm	Zustand von Objekten	(Ja)
Kompositionsstrukturdiagramm	Kollaborationen	Nein
Komponentendiagramm	Dynamische Systemstruktur	(Nein)
Verteilungsdiagramm	Implementierungsaspekte	Nein
Use-Case-Diagramm	Ablauf en gros	Nein
Aktivitätsdiagramm	Ablauf en detail	Nein
Zustandsdiagramm	Zustandsübergänge	Ja
Sequenzdiagramm	Kommunikation	Ja
Kommunikationsdiagramm	Struktur der Kommunikation	(Ja)
Zeitverlaufsdiagramm	Echtzeitaspekte	(Ja)

Diagramme in UML 2.3



Quelle: Wikipedia

OCL

- Object Constraint Langauge
- Mathematisch präzise Sprache für UML
- OO meets Z
- Entwickelt in den 90ern
- Formale Constraints an UML-Diagrammen

OCL Basics

- Getypte Sprache
- Dreiwertige Logik
- Ausdrücke immer im Kontext:
  - Invarianten an Klassen, Interfaces, Typen
  - Vor/Nachbedingungen an Operationen oder Methoden

OCL Syntax

- Invarianten:

```
context class
  inv: expr
```

- Vor/Nachbedingungen:

```
context Type :: op(arg1 : Type) : ReturnType
  pre: expr
  post: expr
```

- `expr` ist ein OCL-Ausdruck vom Typ `Boolean`

Undefiniertheit in OCL

- Undefiniertheit propagiert (alle Operationen strikt)
- Ausnahmen:
  - Boolsche Operatoren (`and`, `or` beidseitig nicht-strikt)
  - Fallunterscheidung
  - Test auf Definiertheit: `oclIsUndefined` mit

$$\texttt{oclIsUndefined(e)} = \begin{cases} \texttt{true} & e = \bot \\ \texttt{false} & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Resultierende Logik: dreiwertig

Dreiwertige Logik

- Wahrheitstabelle (starke Kleene-Logik, K_3):

	$\neg$
$\bot$	$\bot$
0	1
1	0

$\wedge$	$\bot$	0	1
$\bot$	$\bot$	0	$\bot$
0	0	0	0
1	$\bot$	0	1

$\vee$	$\bot$	0	1
$\bot$	$\bot$	$\bot$	1
0	$\bot$	0	1
1	1	1	1

$\longrightarrow$	$\bot$	0	1
$\bot$	$\bot$	$\bot$	1
0	1	1	1
1	$\bot$	0	1

$\longleftrightarrow$	$\bot$	0	1
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
0	$\bot$	1	0
1	$\bot$	0	1

- Fun Fact: K_3 hat keine Tautologien.
- Alternative: schwache Kleene-Logik (alle Operatoren strikt)

OCL Typen

- Basistypen:
  - `Boolean`, `Integer`, `Real`, `String`
  - `OclAny`, `OclType`, `OclVoid`
- Collection types: `Set`, `OrderedSet`, `Bag`, `Sequences`
- Modelltypen

Basistypen und Operationen

- `Integer` ($\mathbb{Z}$)
- `Real` ($\mathbb{R}$)
  - `Integer` Subklasse von `Real`
  - `round`, `floor` von `Real` nach `Integer`
- `String` (Zeichenketten)
  - `substring`, `toReal`, `toInteger`, `characters` etc.
- `Boolean` (Wahrheitswerte)
  - `or`, `xor`, `and`, `implies`
  - Sowie Relationen auf `Real`, `Integer`, `String`

Collection Types

- `Set`, `OrderedSet`, `Bag`, `Sequence`
- Operationen auf allen Kollektionen:
  - `size`, `includes`, `count`, `isEmpty`, `flatten`
  - Kollektionen werden immer flachgeklopft
- `Set`
  - `union`, `intersection`,
- `Bag`
  - `union`, `intersection`, `count`
- `Sequence`
  - `first`, `last`, `reverse`, `prepend`, `append`

Collection Types: Iteratoren

- Iteratoren: Funktionen höherer Ordnung
- Alle definiert über `iterate` :

```
coll-> iterate(elem: Type, acc: Type= expr | expr[elem, acc])
```

```
iterate(e: T, acc: T= v)
{
  acc= v;
  for (Enumeration e= c.elements(); e.hasMoreElements();){
    e= e.nextElement();
    acc.add(expr[e, acc]); // acc= expr[e, acc]
    }
  return acc;
}
```

- Iteratoren sind alle strikt

Zusammenfassung

- Formale Spezifikation definieren das Verhalten eines Softwaresystems
- Verschiedene Ansätze:
  - Algebraische Spezifikation (axiomatisch, abstrakt)
  - Modellbasierte Spezifikation (konkret, konsistent)
  - Leichtgewichtige Spezifikation (annotierter Code)
- In der Praxis oft hybride Ansätze (z.B. UML)