

## 2. Übungsblatt

Ausgabe: 18.04.13

Abgabe: 9.05.13

In diesem Übungsblatt beginnen wir mit dem Beweisen mit Hilfe des Beweisassistentensystems Isabelle. Das Isabelle System finden Sie unter <http://isabelle.in.tum.de/> für verschiedene Betriebssysteme. Eine Einführung sowie Verweise auf ein Tutorial und ein Handbuch finden Sie unter

<http://isabelle.in.tum.de/overview.html>.

Zur Bearbeitung des Übungsblattes finden Sie auf der Webseite der Vorlesung die Definition der Aussagenlogik in der Datei `VSPL.thy`. Die Beweise müssen in der Datei `Übung2.thy` angegeben werden, die auch auf der Webseite der Vorlesung zu finden ist. Laden Sie diese in Isabelle.

### 2.1 Beweisen in Isabelle

5 Punkte

Formalisieren Sie die folgenden Beweise im Kalkül des natürlichen im Beweisassistentensystem Isabelle.

(A1a.) Beweis für  $\vdash A \wedge \perp \longleftrightarrow \perp$

$$\frac{\frac{\frac{[A \wedge \perp]}{\perp} \wedge E_2}{A \wedge \perp \longrightarrow \perp} \longrightarrow I \quad \frac{\frac{[\perp]}{A \wedge \perp} \perp}{\perp \longrightarrow A \wedge \perp} \longrightarrow I}{A \wedge \perp \longleftrightarrow \perp} \longleftrightarrow I$$

(A1b.) Beweis für  $\vdash A \wedge (A \vee B) \longleftrightarrow A$ :

$$\frac{\frac{\frac{[A \wedge (A \vee B)]}{A} \wedge E_1}{A \wedge (A \vee B) \longrightarrow A} \longrightarrow I \quad \frac{\frac{\frac{[A]}{A \vee B} \vee I_L}{A \wedge (A \vee B)} \wedge I}{A \longrightarrow A \wedge (A \vee B)} \longrightarrow I}{A \wedge (A \vee B) \longleftrightarrow A} \longleftrightarrow I$$

### 2.2 Beweisen in Isabelle

15 Punkte

Beweisen Sie die folgenden Aussagen im Beweissystem Isabelle:

(A2a)  $\vdash \varphi \longrightarrow \varphi$

(A2b)  $\vdash \varphi \longrightarrow (\psi \longrightarrow (\varphi \wedge \psi))$

(A2c)  $\neg \varphi \vdash (\varphi \longrightarrow \neg \psi)$

(A2d)  $\neg(\varphi \wedge \neg \psi), \varphi \vdash \psi$

(A2e)  $\vdash (\varphi \longrightarrow \psi) \longleftrightarrow \neg(\varphi \wedge \neg \psi)$