Korrekte Software: Grundlagen und Methoden
Vorlesung 7 vom 4.6.20
Strukturierte Datentypen: Strukturen und Felder

Serge Autexier, Christoph Lüth

Universität Bremen

Sommersemester 2020

Fahrplan

Motivation

- Immer nur ganze Zahlen ist doch etwas langweilig.
- Weitere Basisdatentypen von C (Felder, Zeichenketten, Strukturen)
- Noch rein funktional, keine Referenzen
- Nicht behandelt, aber nur syntaktischer Zucker: **enum**
- Prinzipiell: keine **union**

Arrays

- Beispiele:

```
int six[6] = {1,2,3,4,5,6};
int a[3][2];
int b[][] = { {1, 0},
              {3, 7},
              {5, 8} }; /* Ergibt Array [3][2] */
```

  - b [2][1] liefert 8, b [1][0] liefert 3
- Index startet mit 0, *row-major order*
- In C0: Felder als echte Objekte (in C: Felder ≅ Zeiger)
- Allgemeine Form:

```
typ name[groesse1][groesse2]...[groesseN] =
    { ... }
```

  - Alle Felder haben **feste Größe**.

Zeichenketten

- Zeichenketten sind in C (und C0) Felder von **char**, die mit einer Null abgeschlossen werden.
- Beispiel:

```
char hallo[6] = {'h', 'a', 'l', 'l', 'o', '\0' }
```

- Nützlicher syntaktischer Zucker:

```
char hallo[] = "hallo";
```

- Auswertung: hallo [4] liefert o

Strukturen

- Strukturen haben einen *structure tag* (optional) und Felder:

```
struct Vorlesung {
  char dozenten[2][30];
  char titel[30];
  int cp;
} ksgm;

struct Vorlesung pi3;
```

- Zugriff auf Felder über Selektoren:

```
int i = 0;
char name1[] = "Serge Autexier";
while (i < strlen(name1)) {
  ksgm.dozenten[0][i] = name1[i];
  i = i + 1;
}
```

- Rekursive Strukturen nur über Zeiger erlaubt (kommt noch)

C0: Erweiterte Ausdrücke

- **Lexp** beschreibt L-Werte (l-values), abstrakte Speicheradressen
- Neuer Basisdatentyp **C** für Zeichen
- Erweiterte Grammatik:

Lexp $l ::= \mathbf{ldt} \mid l[a] \mid l.\mathbf{ldt}$

Aexp $a ::= \mathbb{Z} \mid \mathbf{C} \mid \mathbf{Lexp} \mid a_1 + a_2 \mid a_1 - a_2 \mid a_1 * a_2 \mid a_1/a_2$

Bexp $b ::= \mathbf{1} \mid \mathbf{0} \mid a_1 == a_2 \mid a_1 < a_2 \mid !\, b \mid b_1 \,\&\&\, b_2 \mid b_1 \,||\, b_2$

Exp $e :=$ **Aexp** | **Bexp**

Werte und Zustände

- Zustände bilden **strukturierte** Adressen auf Werte (wie vorher) ab.

Systemzustände

- **Locations:** **Loc** ::= **ldt** | **Loc**[$\mathbb{Z}$] | **Loc**.**ldt**
- Werte: $\mathbf{V} = \mathbb{Z} \uplus \mathbf{C}$
- Zustände: $\Sigma \stackrel{def}{=} \mathbf{Loc} \rightharpoonup \mathbf{V}$

- Wir betrachten nur Zugriffe vom Typ **Z** oder **C** (**elementare Typen**)
- Nützliche Abstraktion des tatsächliche C-Speichermodells

Beispiel

Programm

```
struct A {
 int c[2];
 struct B {
  char name[20];
 } b;
};

struct A x[] = {
 {{1,2},
  {{'n','a','m','e','1','\0'}}
 },
 {{3,4},
  {{'n','a','m','e','2','\0'}}
 }
};
```

Zustand

$x[0].c[0] \mapsto 1$	$x[1].c[0] \mapsto 3$
$x[0].c[1] \mapsto 2$	$x[1].c[1] \mapsto 4$
$x[0].b.name[0] \mapsto 'n'$	$x[1].b.name[0] \mapsto 'n'$
$x[0].b.name[1] \mapsto 'a'$	$x[1].b.name[1] \mapsto 'a'$
$x[0].b.name[2] \mapsto 'm'$	$x[1].b.name[2] \mapsto 'm'$
$x[0].b.name[3] \mapsto 'e'$	$x[1].b.name[3] \mapsto 'e'$
$x[0].b.name[4] \mapsto '1'$	$x[1].b.name[4] \mapsto '2'$
$x[0].b.name[5] \mapsto '\backslash 0'$	$x[1].b.name[5] \mapsto '\backslash 0'$

Operationale Semantik: L-Werte

- **Lexp** m wertet zu **Loc** l aus: $\langle m, \sigma\rangle \to_{Lexp} l \mid \bot$

$$\frac{x \in \textbf{Idt}}{\langle x, \sigma\rangle \to_{Lexp} x}$$

$$\frac{\langle m, \sigma\rangle \to_{Lexp} l \neq \bot \qquad \langle a, \sigma\rangle \to_{Aexp} i \neq \bot}{\langle m[a], \sigma\rangle \to_{Lexp} l[i]}$$

$$\frac{\langle m, \sigma\rangle \to_{Lexp} l \qquad \langle a, \sigma\rangle \to_{Aexp} i \qquad i = \bot \text{ oder } l = \bot}{\langle m[a], \sigma\rangle \to_{Lexp} \bot}$$

$$\frac{\langle m, \sigma\rangle \to_{Lexp} l \neq \bot}{\langle m.i, \sigma\rangle \to_{Lexp} l.i}$$

$$\frac{\langle m, \sigma\rangle \to_{Lexp} \bot}{\langle m.i, \sigma\rangle \to_{Lexp} \bot}$$

Operationale Semantik: Ausdrücke

- Ein L-Wert als Ausdruck wird ausgewertet, indem er ausgelesen wird:

$$\frac{\langle m, \sigma\rangle \to_{Lexp} l \qquad l \in Dom(\sigma)}{\langle m, \sigma\rangle \to_{Aexp} \sigma(l)}$$

$$\frac{\langle m, \sigma\rangle \to_{Lexp} l \qquad l \notin Dom(\sigma)}{\langle m, \sigma\rangle \to_{Aexp} \bot} \qquad \frac{\langle m, \sigma\rangle \to_{Lexp} \bot}{\langle m, \sigma\rangle \to_{Aexp} \bot}$$

- Auswertung für **C**:

$$\frac{}{\langle c :: \textbf{C}, \sigma\rangle \to_{Aexp} \text{Ord(c)}}$$

wobei Ord : **C** $\to$ **Z** eine bijektive Funktion ist, die jedem Character eine Ordinalzahl zuweist (zum Beispiel ASCII Wert).

Operationale Semantik: Zuweisungen

- Zuweisungen sind nur definiert für elementare Typen:

$$\frac{\langle m :: \tau, \sigma\rangle \to_{Lexp} l \qquad \langle e :: \tau, \sigma\rangle \to v \qquad \tau \text{ elementarer Typ}}{\langle m = e, \sigma\rangle \to_{Stmt} \sigma[v/l]}$$

In allen anderen Fällen ($\bot$, keine/unterschiedliche elementare Typen)

$$\langle m = e, \sigma\rangle \to_{Stmt} \bot$$

- Die restlichen Regeln bleiben

Denotationale Semantik

- Denotation für **Lexp**:

$$[\![-]\!]_{\mathcal{L}} : \textbf{Lexp} \to (\Sigma \rightharpoonup \textbf{Loc})$$

$$[\![x]\!]_{\mathcal{L}} = \{(\sigma, x) \mid \sigma \in \Sigma\}$$
$$[\![m[a]]\!]_{\mathcal{L}} = \{(\sigma, l[i]) \mid (\sigma, l) \in [\![m]\!]_{\mathcal{L}}, (\sigma, i) \in [\![a]\!]_{\mathcal{A}}\}$$
$$[\![m.i]\!]_{\mathcal{L}} = \{(\sigma, l.i) \mid (\sigma, l) \in [\![m]\!]_{\mathcal{L}}\}$$

- Denotation für **Characters** $c \in \textbf{C}$:

$$[\![c]\!]_{\mathcal{A}} = \{(\sigma, \text{Ord(c)}) | \sigma \in \Sigma\}$$

- Denotation für **Zuweisungen**:

$$[\![m = e]\!]_{\mathcal{C}} = \{(\sigma, \sigma[v/l]) \mid (\sigma, l) \in [\![m]\!]_{\mathcal{L}}, (\sigma, v) \in [\![e]\!]_{\mathcal{A}}\}$$

Floyd-Hoare-Kalkül

- Die Regeln des Floyd-Hoare-Kalküls berechnen geltende Zusicherungen
- Nötige Änderung: Substitution in Zusicherungen

$$\frac{}{\vdash \{P[e/x]\}\, x = e\, \{P\}}$$

  - Jetzt werden **Lexp** ersetzt, keine **Idt**
  - Gleichheit und Ungleichheit von **Lexp** nicht immer entscheidbar
  - Problem: Feldzugriffe

Beispiel

```
int a[3];
// {true}
// {3 = 3}
a[2] = 3;
// {a[2] = 3}
// {4 · a[2] = 12}
a[1] = 4;
// {a[1] · a[2] = 12}
// {5 · a[1] · a[2] = 60}
a[0] = 5;
// {a[0] · a[1] · a[2] = 60}
```

$$\frac{}{\vdash \{P[e/x]\}\, x = e\, \{P\}}$$

Beispiel: Problem

```
int a[3];
int i;
// {0 ≤ i < 2}
// ↯
// {i ≠ 1}
a[0] = 3;
// {i ≠ 1}
// {i ≠ 1 ∧ 7 = 7)}
a[1] = 7;
// {i ≠ 1 ∧ a[1] = 7}
a[2] = 9;
// {i ≠ 1 ∧ a[1] = 7}
// {(i = 1 ∧ 7 = −1) ∨ (i ≠ 1 ∧ a[1] = 7){a[1] = 7}
a[i] = −1;
// {a[1] = 7}
```

$$\frac{}{\vdash \{P[e/x]\}\, x = e\, \{P\}}$$

Arbeitsblatt 7.1: Jetzt seid ihr dran

Annotiert die beiden folgenden Programme:

```
int a[2];
int b[2];
// {0 ≤ n ∧ 0 ≤ m ∧ n ≤ m}
a[0] = m;
//
b[0] = a[0] - n;
//
b[1] = a[0] + n
//
a[1] = b[0] * b[1];
// {a[1] = m² − n²}
```

```
int a[3];
int i;
// {0 ≤ n}
i = 2;
a[i] = 3;
//
a[0] = n;
//
//
a[2] = a[i] * a[0];
//
// {a[2] = 3 * n}
```


Erstes Beispiel: Ein Feld initialisieren

```
1  // {0 ≤ n}
2  // {∀j.0 ≤ j < 0 ⟶ a[j] = j ∧ 0 ≤ n}
3  i= 0;
4  // {∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] = j ∧ i ≤ n}
5  while (i< n) {
6    // {∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] = j ∧ i < n ∧ i < n}
7    // {∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] = j ∧ i + 1 ≤ n}
8    // {∀j.0 ≤ j < i ⟶ ((i = j ∧ i = j) ∨ (j ≠ i ∧ a[j] = j))
9    //      ∧((i = i ∧ i = i) ∨ (i ≠ i ∧ a[i] = i)) ∧ i + 1 ≤ n}
10   // {∀j.0 ≤ j < i + 1 ⟶ ((i = j ∧ i = j) ∨ (i ≠ i ∧ a[j] = j))
11   //      ∧i + 1 ≤ n}
12   a[i]= i ;
13   // {(∀j.0 ≤ j < i + 1 ⟶ a[j] = j) ∧ i + 1 ≤ n}
14   i= i+1;
15   // {(∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] = j) ∧ i ≤ n}
16   }
17 // {(∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] = j) ∧ i ≤ n ∧ i ≥ n}
18 // {∀j.0 ≤ j < n ⟶ a[j] = j}
```

- Wichtiges Theorem:

$$(\forall j.\, 0 \le j < n \longrightarrow P[j]) \wedge P[n] \Longrightarrow \forall j.\, 0 \le j < n+1 \longrightarrow P[j]$$

Beispiel: Suche nach dem maximalen Element

```
1  // {0 < n}
2  // {(∀j.0 ≤ j < 0 ⟶ a[j] ≤ a[0]) ∧ 0 ≤ 0 ∧ 0 ≤ 0 < n}
3  i= 0;
4  // {(∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≤ a[0]) ∧ 0 ≤ i ∧ 0 ≤ 0 < n}
5  r= 0;
6  // {(∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≤ a[r]) ∧ 0 ≤ i ∧ 0 ≤ r < n}
7  while (i< n) {
8    // {(∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≤ a[r]) ∧ 0 ≤ i < n ∧ 0 ≤ r < n}
9    // {(∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≤ a[r]) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ 0 ≤ r < n}
10   if (a[r] < a[i]) {
11     // {(∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≤ a[r]) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ 0 ≤ r < n ∧ a[r] < a[i]}
12     // {(∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≤ a[i]) ∧ a[i] ≤ a[i] ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ 0 ≤ i < n}
13     // {(∀j.0 ≤ j < i + 1 ⟶ a[j] ≤ a[i]) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ 0 ≤ i < n}
14     r= i ;
15     // {(∀j.0 ≤ j < i + 1 ⟶ a[j] ≤ a[r]) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ 0 ≤ r < n}
16     }
17   else {
18     // {(∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≤ a[r]) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ 0 ≤ r < n ∧ a[r] ≥ a[i]}
19     // {(∀j.0 ≤ j < i + 1 ⟶ a[j] ≤ a[r]) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ 0 ≤ r < n}
20     }
21   // {(∀j.0 ≤ j < i + 1 ⟶ a[j] ≤ a[r]) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ 0 ≤ r < n}
22   i= i+1;
23   // {(∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≤ a[r]) ∧ 0 ≤ i ≤ n ∧ 0 ≤ r < n}
24   }
25 // {(∀j.0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≤ a[r]) ∧ 0 ≤ i ≤ n ∧ 0 ≤ r < n ∧ n ≤ i}
26 // {(∀j.0 ≤ j < n ⟶ a[j] ≤ a[r]) ∧ 0 ≤ r < n}
```


Längeres Beispiel: Suche nach einem Null-Element

```
1  // {0 ≤ n}
2  // {(−1 ≠ −1 ⟶ 0 ≤ −1 < 0 ∧ a[−1] = 0) ∧ 0 ≤ 0 ≤ n}
3  i= 0;
4  // {(−1 ≠ −1 ⟶ 0 ≤ −1 < i ∧ a[−1] = 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n}
5  r= −1;
6  // {(r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i ∧ a[r] = 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n}
7  while (i< n) {
8    // {(r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i ∧ a[r] = 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n ∧ i < n}
9    // {(r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i ∧ a[r] = 0) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n}
10   if (a[i] == 0) {
11     // {(r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i ∧ a[r] = 0) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ a[i] = 0}
12     // {0 ≤ i < i + 1 ∧ a[i] = 0 ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ a[i] = 0}
13     // {(i = −1 ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ a[i] = 0) ∨ (0 ≤ i < i + 1 ∧ a[i] = 0 ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ a[i] = 0)}
14     // {(i = −1 ∨ (0 ≤ i < i + 1 ∧ a[i] = 0)) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ a[i] = 0}
15     // {(i ≠ −1 ⟶ 0 ≤ i < i + 1 ∧ a[i] = 0) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ a[i] = 0}
16     r= i ;
17     // {(r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i + 1 ∧ a[r] = 0) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n}
18     }
19   else {
20     // {(r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i + 1 ∧ a[r] = 0) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n ∧ a[i] ≠ 0}
21     // {(r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i + 1 ∧ a[r] = 0) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n}
22   // {(r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i + 1 ∧ a[r] = 0) ∧ 0 ≤ i + 1 ≤ n}
23   i= i+1;
24   // {(r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i ∧ a[r] = 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n}
25   }
26 // {(r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i ∧ a[r] = 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n ∧ i ≥ n}
27 // {(r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i ∧ a[r] = 0) ∧ i = n}
28 // {r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < n ∧ a[r] = 0}
```


Benutzte Logische Umformungen

- Zeilen 11-12:
  - $[D \wedge C] \Rightarrow [C]$ und
  - Erweiterung von C auf $B(i) \wedge C$, weil $C \vdash B(i)$ gilt.
- $[\varphi] \Rightarrow [\psi \vee \varphi]$ in der Form

$$[(B(i) \wedge C)] \Rightarrow [(\neg A(i) \wedge C) \vee (B(i) \wedge C))]$$

- DeMorgan:

$$[(\neg A(i) \wedge C) \vee (B(i) \wedge C))] \Rightarrow [(\neg A(i) \vee B(i)) \wedge C]$$

- Klassische Implikation:

$$[\neg U \vee V] \Leftrightarrow [U \Rightarrow V]$$

Längeres Beispiel: Suche nach einem Null-Element

```
10 /** { 0 ≤ n } */
11 /** { 0 ≤ 0 ≤ n } */
12 i= 0;
13 /** { 0 ≤ i ≤ n } */
14 /** { (−1 ≠ −1 ⟶ 0 ≤ −1< i ∧ a[−1] == 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n } */
15 r= −1;
16 /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n } */
17 while (i< n) {
18   /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n ∧ i < n } */
19   /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i ∧ a[r] == 0) ∧ 0 ≤ i+1 ≤ n } */
20   if (a[i] == 0) {
21     /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r < i ∧ a[r] == 0) ∧ 0 ≤ i+1 ≤ n ∧ a[i] == 0 } */
22     /** { 0 ≤ i+1 ≤ n ∧ a[i] == 0 } */
23     /** { (i ≠ −1 ⟶ 0 ≤ i< i+1 ∧ a[i] == 0) ∧ 0≤ i+1≤ n } */
24     r= i;
25     /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r< i+1 ∧ a[r] == 0) ∧ 0≤ i+1≤ n } */
26     }
27   else {
28     /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0) ∧ 0 ≤ i+1 ≤ n ∧ a[i] ≠ 0 } */
29      /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r< i+1 ∧ a[r] == 0) ∧ 0 ≤ i+1 ≤ n } */
30     }
31   /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r< i+1 ∧ a[r] == 0) ∧ 0 ≤ i+1 ≤ n } */
32   i= i+1;
33   /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n } */
34   }
35 /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n ∧ ¬(i < n) } */
36 /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n ∧ i ≥ n } */
37 /** { (r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0) ∧ i == n } */
38 /** { r ≠ −1 ⟶ 0 ≤ r< n ∧ a[r] == 0 } */
```


Allgemeine Regel bei Ersetzungen?

Wie sieht nun die allgemeine Regel aus für

$$\overline{\vdash \{P[e/x]\}\, x = e\, \{P\}}$$

```
int a[3];
int i;
a[0] = 3;
a[1] = 7;
a[2] = 9;
a[a[2]−a[1]] = −1;
// {a[2] = −1}
```

```
int a[3];
int i;
i = 8;
a[0] = 3;
a[1] = i;
a[2] = 9;
a[a[2]−a[1]] = −1;
// {a[1] = −1}
```


Allgemeine Regel bei Ersetzungen (Nur Arrays)

Wie sieht nun die allgemeine Regel aus für

$$\overline{\vdash \{P[e/l]\}\, l = e\, \{P\}}$$

1. Wenn l Programmvariable ist, wie gewohnt substituieren
2. Wenn $l = a[s]$:
   1. Vorkommen der Form $m.a[t]$ in Literalen $L(m.a[t])$ und s und t beide in $\mathbb{Z}$,
      - dann ersetze $L(a[t])$ durch $L(e)$, falls $s = t$
   2. Vorkommen der Form $a[t]$ in Literalen $L(a[t])$ und s oder t sind nicht aus $\mathbb{Z}$,
      - dann ersetze $L(a[t])$ durch $(t = s \wedge L(e)) \vee (t \neq s \wedge L(a[t]))$

2.2 könnt ihr immer machen, 2.1 ist eine Optimierung

- Das ist jetzt immer noch nicht die ganz allgemeine Form, aber für unsere Belange reicht das.

Arbeitsblatt 7.2: Längeres Beispiel: Suche nach dem ersten Null-Element

Ausgehend von dem vorherigem Beispiel, annotiert folgendes

```
1  // {0 ≤ n}
2  i= 0;
3  r= -1;
4  /* -- beforeloop -- */
5  while (i< n) {
6    /* -- startloop -- */
7    if (r== -1 && a[i] == 0) {
8      r= i;
9      }
10   else {
11   }
12   /* -- afterif -- */
13   i= i+1;
14   /* -- endloop -- */
15 }
16 /* -- afterloop -- */
17 /** {(r ≠ -1 ⟶ (0 ≤ r< n ∧ a[r] == 0 ∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0)))
18    ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < n ⟶ a[j] ≠ 0))} */
```


Längeres Beispiel: Suche nach dem ersten Null-Element

```
49   /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i+1 ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
50         ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i+1 ⟶ a[j] ≠ 0)) ∧ 0 ≤ i < n} */
51   /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i+1 ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
52         ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i+1 ⟶ a[j] ≠ 0)) ∧ 0 ≤ i+1 ≤ n } */
53   i= i+1;
54   /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
55         ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0)) ∧ 0 ≤ i ≤ n} */
56   /* -- endloop -- */
57   }
58 /** {(r ≠ -1 ⟶ (0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0)))
59       ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0))
60       ∧ 0 ≤ i ≤ n ∧ ¬(i < n)} */
61 /* -- afterloop -- */
62 /** {(r ≠ -1 ⟶ (0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0) ))
63       ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0))
64       ∧ 0 ≤ i ≤ n ∧ i ≥ n} */
65 /** {(r ≠ -1 ⟶ (0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0) ))
66       ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0))
67       ∧ i == n} */
68 /** {(r ≠ -1 ⟶ (0 ≤ r< n ∧ a[r] == 0 ∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0)))
69       ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < n ⟶ a[j] ≠ 0))} */
70 /* -- end -- */
71 }
```


Längeres Beispiel: Suche nach dem ersten Null-Element

```
22 while (i< n) {
23   /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
24         ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0))  ∧ 0 ≤ i ≤ n ∧
   i < n} */ /* -- startloop -- */
25   /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
26         ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0)) ∧ 0 ≤ i < n} */
27   if (r== -1 && a[i] == 0) {
28     /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
29         ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0))
30         ∧ 0 ≤ i < n ∧ r == -1 ∧ a[i] == 0} */
31     /** {(∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0) ∧ a[i] == 0 ∧ 0 ≤ i < n} */
32     /** {(i ≠ -1 ⟶ 0 ≤ i< i+1 ∧ a[i] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0))
33           ∧ (i==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i+1 ⟶ a[j] ≠ 0)) ∧ 0 ≤ i < n} */
34     r= i;
35     /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i+1 ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
36           ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i+1 ⟶ a[j] ≠ 0)) ∧ 0 ≤ i < n} */
37     }
38   else {
39     /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
40           ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0))
41           ∧ 0 ≤ i < n ∧ ¬(r == -1 ∧ a[i] == 0)} */
42     /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i+1 ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
43           ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i+1 ⟶ a[j] ≠ 0))
44           ∧ 0 ≤ i < n ∧ ¬(r == -1 ∧ a[i] == 0)} */
45     /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i+1 ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
46           ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i+1 ⟶ a[j] ≠ 0)) ∧ 0 ≤ i < n} */
47     }
```


Längeres Beispiel: Suche nach dem ersten Null-Element

```
11 /** {0 ≤ n} */
12 /** {(∀ int j . 0 ≤ j < 0 ⟶ a[j] ≠ 0) ∧ 0 ≤ 0 ≤ n} */
13 i= 0;
14 /** {(∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0) ∧ 0 ≤ i ≤ n} */
15 /** {(-1 ≠ -1 ⟶ 0 ≤ -1< i ∧ a[-1] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < -1 ⟶ a[j] ≠ 0))
16       ∧ (-1==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0))
17       ∧ 0 ≤ i ≤ n}*/
18 r= -1;
19 /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
20       ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0))
21       ∧ 0 ≤ i ≤ n} *//* -- beforeloop -- */
22 while (i< n) {
23   /** {(r ≠ -1 ⟶ 0 ≤ r< i ∧ a[r] == 0∧ (∀ int j . 0 ≤ j < r ⟶ a[j] ≠ 0))
24         ∧ (r==-1 ⟶ (∀ int j . 0 ≤ j < i ⟶ a[j] ≠ 0))  ∧ 0 ≤ i ≤ n ∧ i < n} */
```


Zusammenfassung

- Strukturierte Datentypen (Felder und Structs) erfordern strukturierte Adressen
- Abstraktion über „echtem“ Speichermodell
- Änderungen in der Semantik und im Floyd-Hoare-Kalkül überschaubar
- . . . aber mit erheblichen Konsequenzen: Substitution