Korrekte Software: Grundlagen und Methoden

Vorlesung 1 vom 21.04.20

Einführung

Serge Autexier, Christoph Lüth

Universität Bremen

Sommersemester 2020

Organisatorisches

- Veranstalter:

Christoph Lüth	Serge Autexier
christoph.lueth@dfki.de	serge.autexier@dfki.de
MZH 4186[1], Tel. 59830[2]	Cartesium 1.49[1], Tel. 59834[2]

- Termine:
  - Dienstag, 12 – 14
  - Donnerstag, 8 – 10 ⟵ **Verlegen?**
- Webseite:

`http://www.informatik.uni-bremen.de/~cxl/lehre/ksgm.ss20`

[1] Zur Zeit im Home-Office
[2] Wird weitergeleitet.

Online-Konzept in Corona-Zeiten

- Keine lange Vorlesung, lieber integrierte Veranstaltung
- Kürzere Vortragseinheiten (Folie/Lifestream), dazwischen *Arbeitsfragen* (Kurzübungen)
  - Kein asynchrones Angebot (Aufzeichung der Meetings?)
- Wöchentliche Übungsaufgaben zur Vertiefung
- Technisch:
  - Nutzung von GotoMeeting:
    `https://www.gotomeet.me/DFKI-BAALL/ksgmss20`
  - Fragen/Kurzübungen in CodiMD:
    `http://hackmd.informatik.uni-bremen.de/`
  - Übungsblätter als ausfüllbare PDFs.

Prüfungsform und Übungsbetrieb

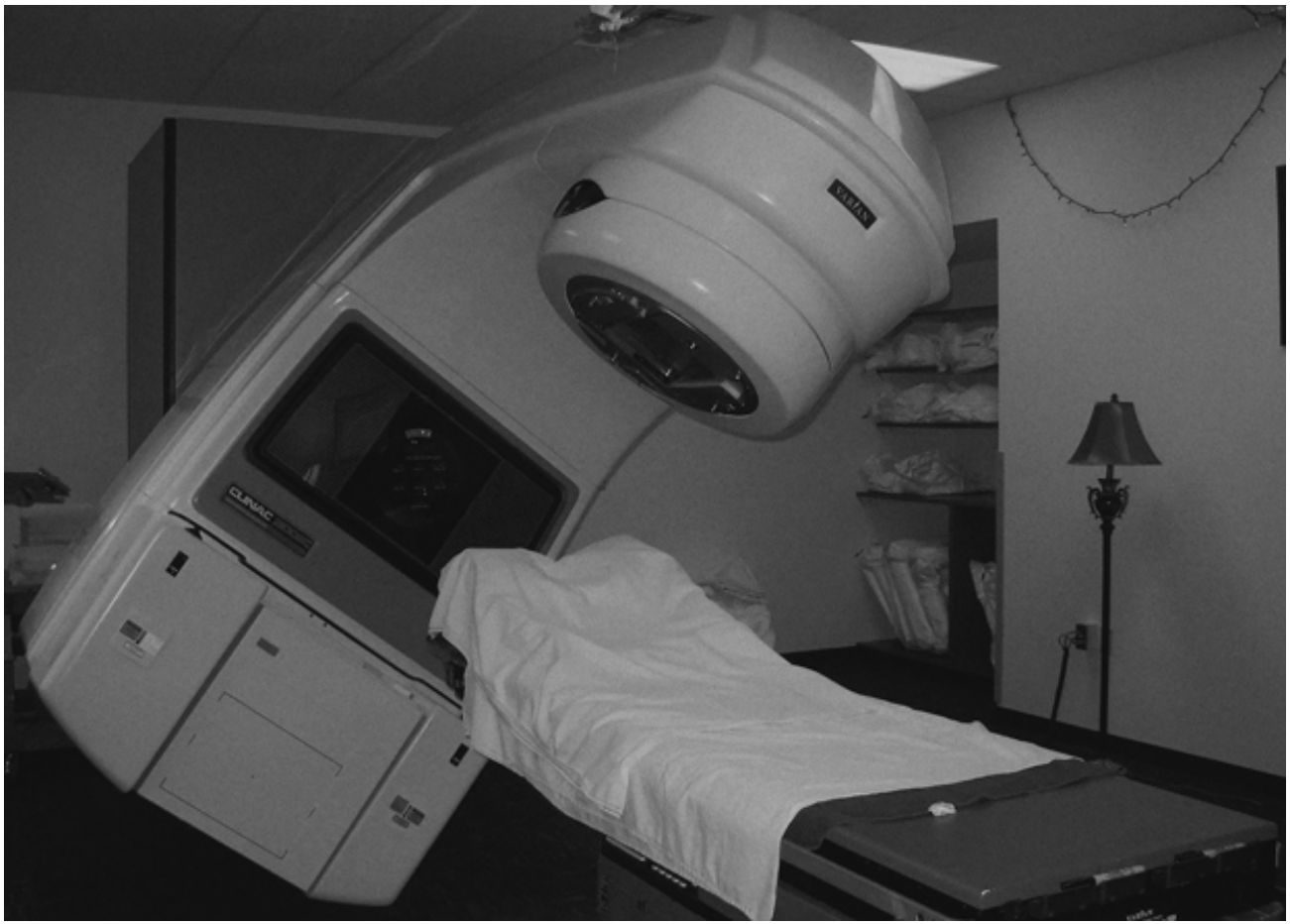
- 10 Übungsblätter (geplant)
- Bewertung:
  - A (sehr gut, 1.3) — nichts zu meckern, keine/kaum Fehler
  - B (gut, 2.3) — kleine Fehler, sonst gut
  - C (befriedigend, 3.3) — größere Fehler oder Mängel
  - Nicht bearbeitet — oder zu viele Fehler
- Prüfungsleistung:
  - Mündliche Prüfung
    - Einzelprüfung ca. 20– 30 Minuten
  - Übungsbetrieb (bis zu 20% Bonuspunkte, keine Voraussetzung)

Arbeitsblatt 1.1: Jetzt seid ihr dran!

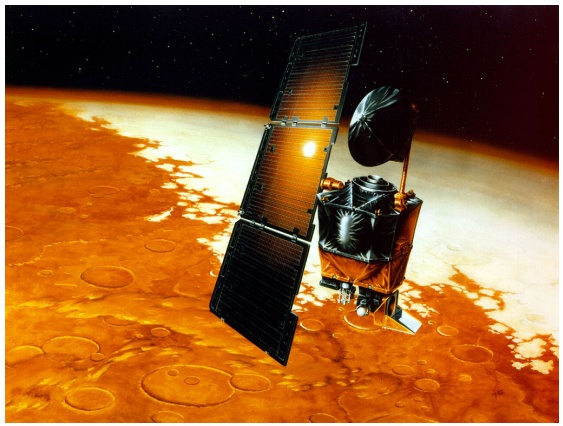
- Gruppiert euch in Gruppen zu drei Teilnehmenden! Nutzt dazu folgenden Doodle:
  `https://www.doodle.com/poll/utp4mg5yikbfta8d`
- Zu jeder Gruppe gibt es ein Arbeitsblatt:
  `https://hackmd.informatik.uni-bremen.de/s/SkVLK1Q_I`
- Auf diesem Arbeitsblatt bearbeitet ihr die Arbeitsfragen im Laufe des Kurses.
- Bitte nur in "eurem" Arbeitsblatt arbeiten
- Die Arbeitsblätter sind nicht notenrelevant.

Warum Korrekte Software?

Software-Disaster I: Therac-25



Software-Disasters II: Space



Mariner 1 (27.08.1962), Mars Climate Orbiter (1999), Ariane 5 (04.06.1996)

Software-Disaster III: AT&T (15.01.1990)

```
while (! empty(ring_rcv_buffer)
       && ! empty(side_buffer empty)) {
 initialize pointer to first message buffer;
 get copy of buffer;
 switch (message) {
   case (incoming_message):
     if (sender is out_of_service) {
       if (empty(ring_wrt_buffer)) {
         send "in service" to status map;
       } else {
         break;
       }
       process incoming message, set up pointers;
       break;
       }
   }
 do optional parameter work;
 }
```

Software-Disaster IV: Airbus A400M

Sevilla, 09.05.2015

Arbeitsblatt 1.2: Jetzt seid ihr dran!

- Sucht im Netz nach weiteren Software-Disastern:
  1. Was ist passiert?
  2. Wie ist es passiert?
  3. Was war der Softwarefehler?
- Quellen: Suchmaschine nach Wahl (“software disasters”), The Risks Digest, `https://catless.ncl.ac.uk/Risks/`

Inhalt der Vorlesung

Themen

Korrekte Software im Lehrbuch:

- Spielzeugsprache
- Wenig Konstrukte
- Kleine Beispiele

Korrekte Software im Einsatz:

- Richtige Programmiersprache
- Mehr als nur ganze Zahlen
- Skalierbarkeit — wie können große Programme verifiziert werden?

Inhalt

- Grundlagen:
  - Beweis der **Korrektheit** von Programmen: der **Floyd-Hoare-Kalkül**
  - **Bedeutung** von Programmen: **Semantik**
- Betrachtete Programmiersprache: “C0” (erweiterte Untermenge von C)
- Erweiterung der Programmkonstrukte und des Hoare-Kalküls:
  1. Referenzen (Zeiger)
  2. Funktion und Prozeduren (Modularität)
  3. Reiche **Datenstrukturen** (Felder, `struct`)

Fahrplan

- Einführung
- Operationale Semantik
- Denotationale Semantik
- Äquivalenz der Operationalen und Denotationalen Semantik
- Der Floyd-Hoare-Kalkül
- Invarianten und die Korrektheit des Floyd-Hoare-Kalküls
- Strukturierte Datentypen
- Verifikationsbedingungen
- Vorwärts mit Floyd und Hoare
- Modellierung
- Spezifikation von Funktionen
- Referenzen und Speichermodelle
- Ausblick und Rückblick

Warum Semantik?

Idee

- Was wird hier berechnet?

```
p= 1;
c= 1;
while (c <= n) {
  p = p * c;
  c = c + 1;
}
```

Idee

- Was wird hier berechnet? $p = n!$
- Warum? Wie können wir das **beweisen**?

```
p= 1;
c= 1;
while (c <= n) {
  p = p * c;
  c = c + 1;
}
```

Idee

- Was wird hier berechnet? $p = n!$
- Warum? Wie können wir das **beweisen**?
- Wir berechnen symbolisch, welche Werte Variablen über den Programmverlauf annehmen.

```
p= 1;
c= 1;
while (c <= n) {
  p = p * c;
  c = c + 1;
}
```

Semantik von Programmiersprachen

Drei wesentliche Möglichkeiten:

- **Operationale Semantik**:
  Ausführung auf einer **abstrakten** Maschine
- **Denotationale Semantik**:
  Abbildung in ein **mathematisches Objekt**
- **Axiomatische Semantik**:
  Beschreibung durch eines Programmes durch seine **Eigenschaften**

Arbeitsblatt 1.3: Maschinen und Funktionen

Was genau kann man sich unter “abstrakten Maschine” vorstellen?

Betrachtet als Beispiel die Summe einer Liste von ganzen Zahlen:

- Wie könnte man eine abstrakte Maschine definieren, welche Listen von Zahlen summiert?
- Wie könnte man ein mathematisches Objekt definieren, welches Listen von Zahlen summiert?

Unsere Sprache C0

- C0 ist eine **Untermenge** der Sprache C
- C0-Programme sind **ausführbare** C-Programme
- Grundausbaustufe:
  - Zuweisungen, Fallunterscheidungen, Schleifen
  - Datentypen: ganze Zahlen mit Arithmetik
  - Relationen: Vergleich ($=$, $\leq$)
  - Boolsche Operatoren: Konjunktion, Disjunktion, Negation
- 1. Ausbaustufe: Felder und Strukturen
- 2. Ausbaustufe: Funktionen und Prozeduren (nur Ausblick)
- 3. Ausbaustufe: Referenzen (nur Ausblick)
- Fehlt: **union**, **goto**, ...

Operationale Semantik

- Kernkonzept: Zustandstandsübergänge einer abstrakten Maschine
- Abstrakte Maschine hat **impliziten Zustand**
- Zustand ordnet **Adressen** veränderliche **Werte** zu
- Konkretes Beispiel: $n \mapsto 3$, p und c undefiniert

```
p = 1;
c = 1;
while(c <= n){
  p = p * c;
  c = c + 1; }
```

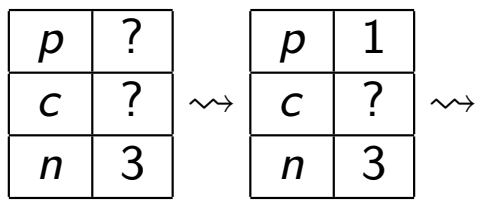
p	?
c	?
n	3

$\rightsquigarrow$

Operationale Semantik

- Kernkonzept: Zustandstandsübergänge einer abstrakten Maschine
- Abstrakte Maschine hat **impliziten Zustand**
- Zustand ordnet **Adressen** veränderliche **Werte** zu
- Konkretes Beispiel: $n \mapsto 3$, p und c undefiniert

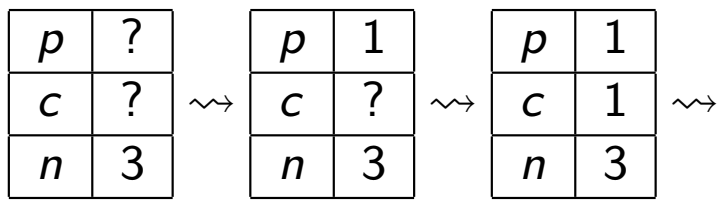
```
p = 1;
c = 1;
while(c <= n){
  p = p * c;
  c = c + 1; }
```



Operationale Semantik

- Kernkonzept: Zustandstandsübergänge einer abstrakten Maschine
- Abstrakte Maschine hat **impliziten Zustand**
- Zustand ordnet **Adressen** veränderliche **Werte** zu
- Konkretes Beispiel: $n \mapsto 3$, p und c undefiniert

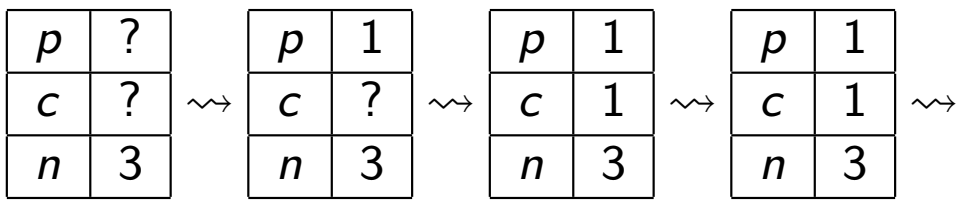
```
p = 1;
c = 1;
while(c <= n){
  p = p * c;
  c = c + 1; }
```



Operationale Semantik

- Kernkonzept: Zustandstandsübergänge einer abstrakten Maschine
- Abstrakte Maschine hat **impliziten Zustand**
- Zustand ordnet **Adressen** veränderliche **Werte** zu
- Konkretes Beispiel: $n \mapsto 3$, p und c undefiniert

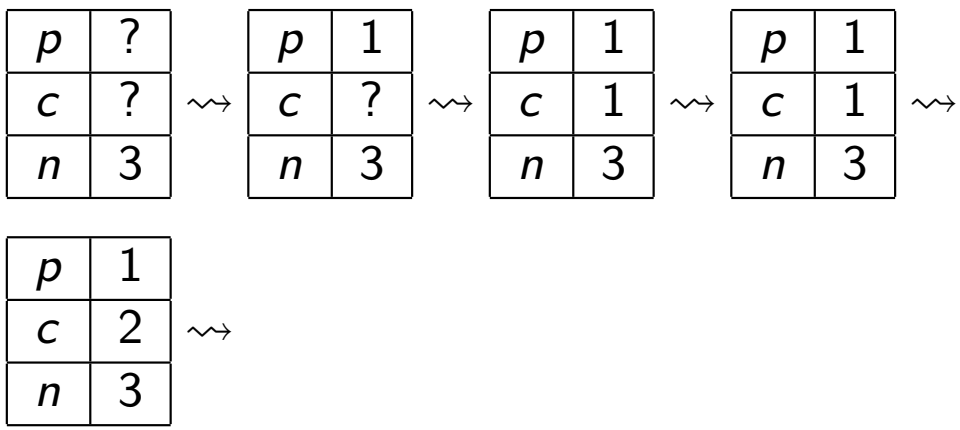
```
p = 1;
c = 1;
while(c <= n){
  p = p * c;
  c = c + 1; }
```



Operationale Semantik

- Kernkonzept: Zustandstandsübergänge einer abstrakten Maschine
- Abstrakte Maschine hat **impliziten Zustand**
- Zustand ordnet **Adressen** veränderliche **Werte** zu
- Konkretes Beispiel: $n \mapsto 3$, p und c undefiniert

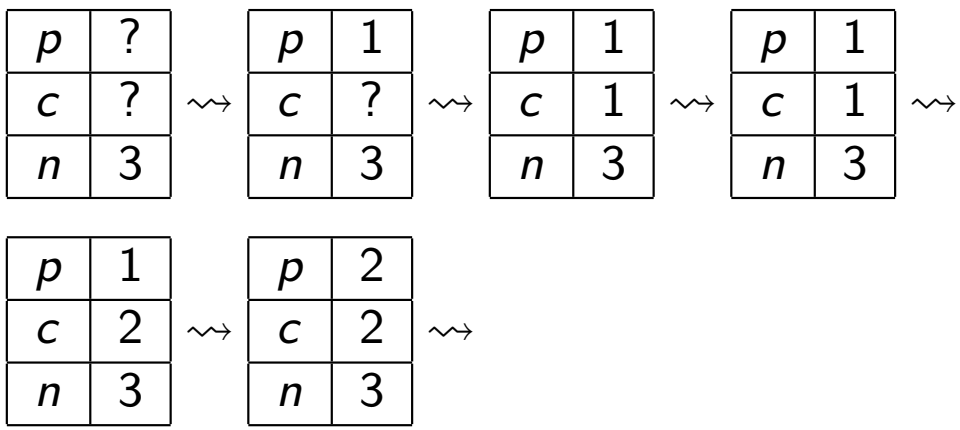
```
p = 1;
c = 1;
while(c <= n){
  p = p * c;
  c = c + 1; }
```



Operationale Semantik

- Kernkonzept: Zustandstandsübergänge einer abstrakten Maschine
- Abstrakte Maschine hat **impliziten Zustand**
- Zustand ordnet **Adressen** veränderliche **Werte** zu
- Konkretes Beispiel: $n \mapsto 3$, p und c undefiniert

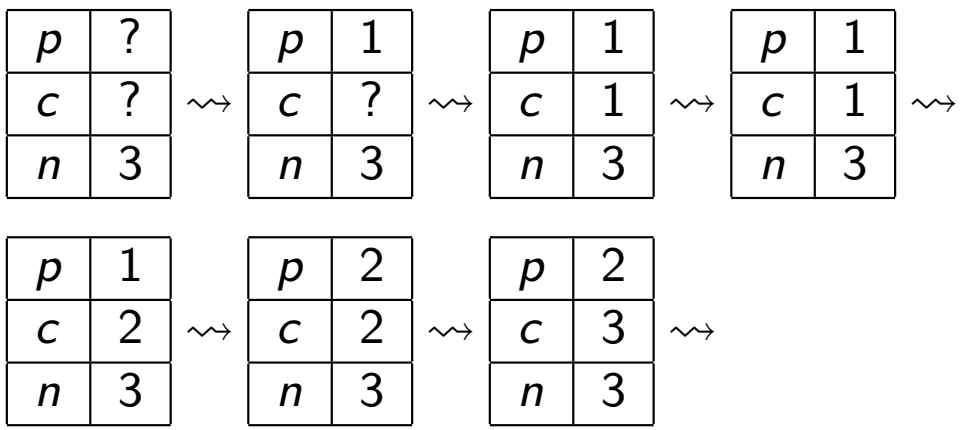
```
p = 1;
c = 1;
while(c <= n){
  p = p * c;
  c = c + 1; }
```



Operationale Semantik

- Kernkonzept: Zustandstandsübergänge einer abstrakten Maschine
- Abstrakte Maschine hat **impliziten Zustand**
- Zustand ordnet **Adressen** veränderliche **Werte** zu
- Konkretes Beispiel: $n \mapsto 3$, p und c undefiniert

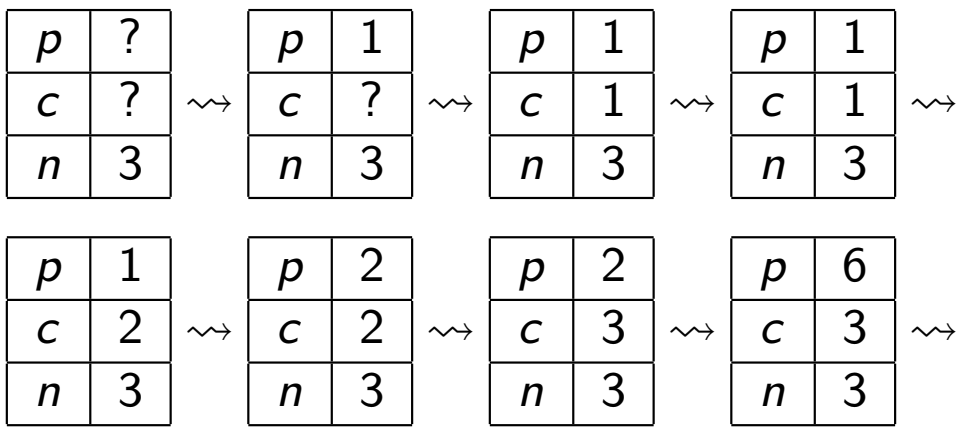
```
p = 1;
c = 1;
while(c <= n){
  p = p * c;
  c = c + 1; }
```



Operationale Semantik

- Kernkonzept: Zustandstandsübergänge einer abstrakten Maschine
- Abstrakte Maschine hat **impliziten Zustand**
- Zustand ordnet **Adressen** veränderliche **Werte** zu
- Konkretes Beispiel: $n \mapsto 3$, p und c undefiniert

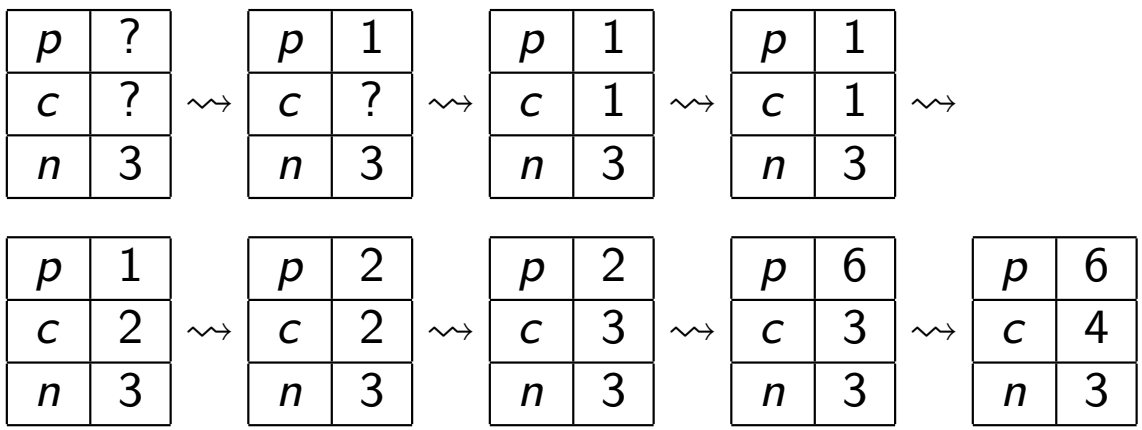
```
p = 1;
c = 1;
while(c <= n){
  p = p * c;
  c = c + 1; }
```



Operationale Semantik

- Kernkonzept: Zustandstandsübergänge einer abstrakten Maschine
- Abstrakte Maschine hat **impliziten Zustand**
- Zustand ordnet **Adressen** veränderliche **Werte** zu
- Konkretes Beispiel: $n \mapsto 3$, p und c undefiniert

```
p = 1;
c = 1;
while(c <= n){
  p = p * c;
  c = c + 1; }
```



Arbeitsblatt 1.4: Operationale Semantik

Gegeben folgendes C0-Programm:

```
1  x= 0;
2  while (n > 0) {
3    x= x+ n*n;
4    n= n-1;
5    }
```

Entwickeln Sie die ersten zehn Schritte der operationalen Semantik wie im Beispiel oben für den initialen Zustand

n	4
x	?

$\rightsquigarrow \ldots$

Denotationale Semantik

- Kernkonzept: Abbildung von Programmen auf mathematisches Gegenstück (**Denotat**)
- **Partielle** Funktionen zwischen Zuständen $[\![c]\!] : \sigma \rightharpoonup \sigma$
- Beispiel:

```
p = 1;
c = 1; // p1
while (c <= n) {
   p = p * c;
   c = c + 1; // p2
   }
// p3
```

$$[\![p_1]\!](\sigma) = \sigma(p \mapsto 1)(c \mapsto 1)$$
$$[\![p_2]\!](\sigma) = \sigma(p \mapsto \sigma(p) * \sigma(c))(c \mapsto \sigma(c) + 1)$$
$$[\![p_3]\!](\sigma) = ???$$

Denotationale Semantik

- Kernkonzept: Abbildung von Programmen auf mathematisches Gegenstück (**Denotat**)
- **Partielle** Funktionen zwischen Zuständen $[\![c]\!] : \sigma \rightharpoonup \sigma$
- Beispiel:

```
p = 1;
c = 1; // p1
while (c <= n) {
   p = p * c;
   c = c + 1; // p2
   }
// p3
```

$$[\![p_1]\!](\sigma) = \sigma(p \mapsto 1)(c \mapsto 1)$$
$$[\![p_2]\!](\sigma) = \sigma(p \mapsto \sigma(p) * \sigma(c))(c \mapsto \sigma(c) + 1)$$
$$[\![p_3]\!](\sigma) = ???$$

$$\Gamma([\![c \leq n]\!])([\![p_2]\!])(\varphi)(\sigma) = \begin{cases} \sigma & \text{if } [\![c \leq n]\!](\sigma) = 0 \\ (\varphi \circ [\![p_2]\!])(\sigma) & \text{if } [\![c \leq n]\!](\sigma) = 1 \end{cases}$$

Denotationale Semantik

- Kernkonzept: Abbildung von Programmen auf mathematisches Gegenstück (**Denotat**)
- **Partielle** Funktionen zwischen Zuständen $[\![c]\!] : \sigma \rightharpoonup \sigma$
- Beispiel:

```
p = 1;
c = 1; // p1
while (c <= n) {
   p = p * c;
   c = c + 1; // p2
   }
// p3
```

$$[\![p_1]\!](\sigma) = \sigma(p \mapsto 1)(c \mapsto 1)$$
$$[\![p_2]\!](\sigma) = \sigma(p \mapsto \sigma(p) * \sigma(c))(c \mapsto \sigma(c) + 1)$$
$$[\![p_3]\!](\sigma) = \mathit{fix}(\Gamma([\![c \leq n]\!][\![p_2]\!]))([\![p_1]\!](\sigma))$$

$$\Gamma([\![c \leq n]\!])([\![p_2]\!])(\varphi)(\sigma) = \begin{cases} \sigma & \text{if } [\![c \leq n]\!](\sigma) = 0 \\ (\varphi \circ [\![p_2]\!])(\sigma) & \text{if } [\![c \leq n]\!](\sigma) = 1 \end{cases}$$

$$\Gamma(\beta)(\rho)(\varphi)(\sigma) = \begin{cases} \sigma & \text{if } \beta(\sigma) = 0 \\ (\varphi \circ \rho)(\sigma) & \text{if } \beta(\sigma) = 1 \end{cases}$$

Denotationale Semantik

- Kernkonzept: Abbildung von Programmen auf mathematisches Gegenstück (**Denotat**)
- **Partielle** Funktionen zwischen Zuständen $[\![c]\!] : \sigma \rightharpoonup \sigma$
- Beispiel:

```
p = 1;
c = 1; // p1
while (c <= n) {
   p = p * c;
   c = c + 1; // p2
   }
// p3
```

$$[\![p_1]\!](\sigma) = \sigma(p \mapsto 1)(c \mapsto 1)$$
$$[\![p_2]\!](\sigma) = \sigma(p \mapsto \sigma(p) * \sigma(c))(c \mapsto \sigma(c) + 1)$$
$$[\![p_3]\!] = \mathit{fix}(\Gamma([\![c \leq n]\!])([\![p_2]\!])) \circ [\![p_1]\!]$$

$$\Gamma([\![c \leq n]\!])([\![p_2]\!])(\varphi)(\sigma) = \begin{cases} \sigma & \text{if } [\![c \leq n]\!](\sigma) = 0 \\ (\varphi \circ [\![p_2]\!])(\sigma) & \text{if } [\![c \leq n]\!](\sigma) = 1 \end{cases}$$

$$\Gamma(\beta)(\rho)(\varphi)(\sigma) = \begin{cases} \sigma & \text{if } \beta(\sigma) = 0 \\ (\varphi \circ \rho)(\sigma) & \text{if } \beta(\sigma) = 1 \end{cases}$$

Axiomatische Semantik

- Kernkonzept: Charakterisierung von Programmen durch **Zusicherungen**
- Zusicherungen sind zustandsabhängige Prädikate
- Beispiel (mit $n = 3$)

```
// (1)
p = 1; // (2)
c = 1; // (3)
while(c <= n){
  // (4)
  p = p * c;
  c = c + 1; }
// (5)
```

(1) $n = 3$
(2) $p = 1 \wedge n = 3$
(3) $p = 1 \wedge c = 1 \wedge n = 3$

(4) ???

(5) $p = 6 \wedge c = 4 \wedge n = 3$

Axiomatische Semantik

- Kernkonzept: Charakterisierung von Programmen durch **Zusicherungen**
- Zusicherungen sind zustandsabhängige Prädikate
- Beispiel (mit $n = 3$)

```
// (1)
p = 1; // (2)
c = 1; // (3)
while(c <= n){
  // (4)
  p = p * c;
  c = c + 1; }
// (5)
```

(1) $n = 3$

(2) $p = 1 \land n = 3$

(3) $p = 1 \land c = 1 \land n = 3$

(4) $(p = 1 \land c = 1 \lor p = 1 \land c = 2 \lor$
$p = 2 \land c = 3 \lor p = 6 \land c = 4)$
$\land n = 3$

(5) $p = 6 \land c = 4 \land n = 3$

Axiomatische Semantik

- Kernkonzept: Charakterisierung von Programmen durch **Zusicherungen**
- Zusicherungen sind zustandsabhängige Prädikate
- Beispiel (mit $n = 3$)

```
// (1)
p = 1; // (2)
c = 1; // (3)
while(c <= n){
  // (4)
  p = p * c;
  c = c + 1; }
// (5)
```

(1) $n = 3$
(2) $p = 1 \wedge n = 3$
(3) $p = 1 \wedge c = 1 \wedge n = 3$

(4) $p = (c - 1)! \wedge n = 3$

(5) $p = 6 \wedge c = 4 \wedge n = 3$

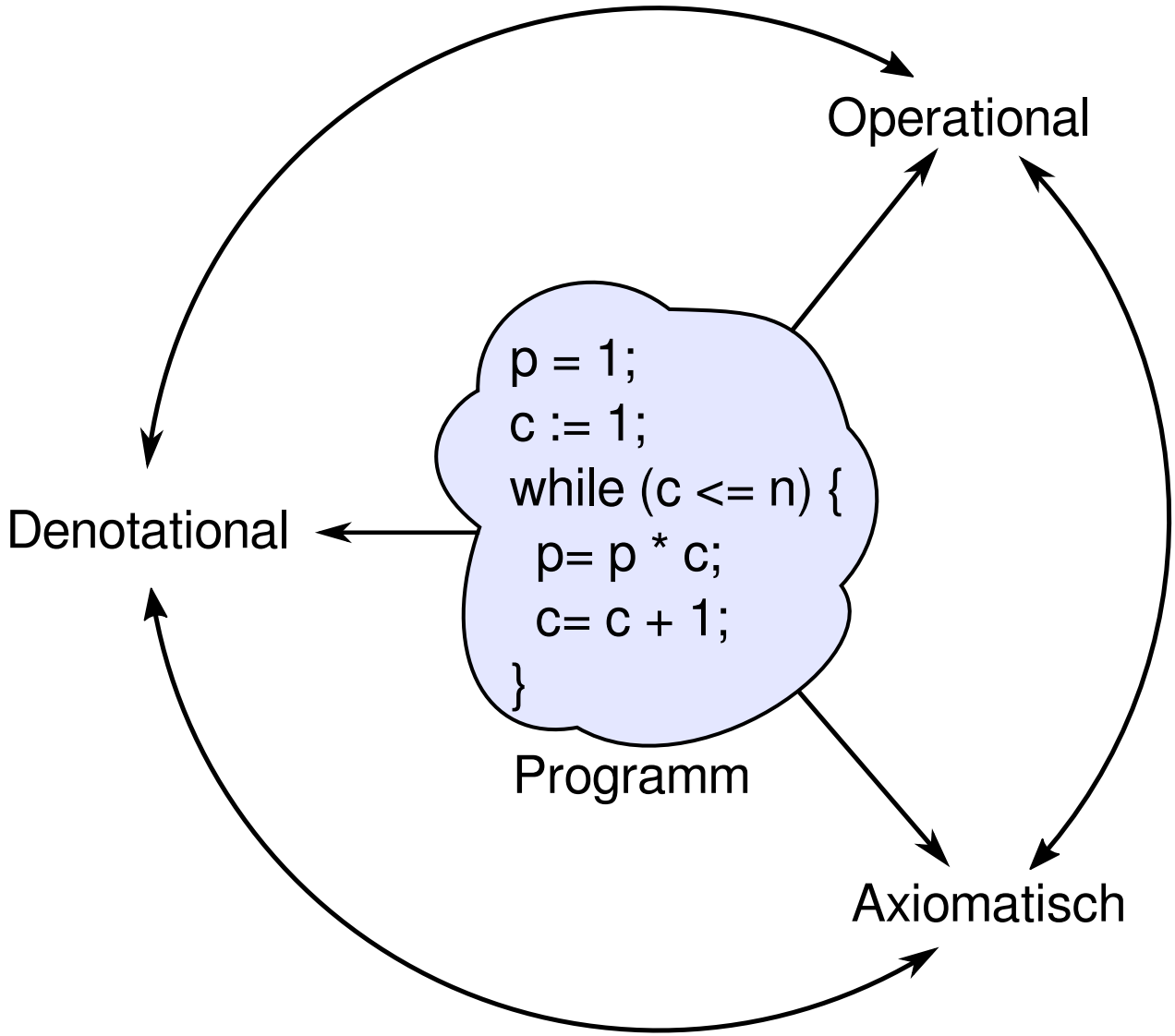
Arbeitsblatt 1.5: Zusicherungen

Betrachten Sie folgende Variation des Programms von oben:

```
// (1)
p = 1; // (2)
c = 1; // (3)
while(c <= n){
   // (4)
   c = c + 1;
   p = p * c;
   }
// (5)
```

- Welche der Zusicherungen (1) – (5) von oben gelten noch?
- Welche nicht?
- Was gilt stattdessen?

Drei Semantiken — Eine Sicht



Zusammenfassung

- Wir wollen die **Bedeutung** (Semantik) von Programmen beschreiben, um ihre Korrektheit beweisen zu können.
- Dazu gibt es verschiedene Ansätze, die wir betrachten werden.
- Nächste Woche geht es mit dem ersten los: **operationale** Semantik