

# 8. Übungsblatt

**Ausgabe:** 07.07.20**Abgabe:** 14.07.20

Dieses Übungsblatt ist ein PDF-Formular. Bitte in einem PDF-Viewer Ihrer Wahl ausfüllen, abspeichern, und an die Veranstalter mailen.

---

Gruppe: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Name:

Matrikelnummer:

Name:

Matrikelnummer:

Name:

Matrikelnummer:

## 8.1 Größer gemeinsamer Teiler

Eine Zahl  $a \in \mathbb{Z}$  teilt eine Zahl  $b \in \mathbb{Z}$ , geschrieben  $a \mid b$ , genau dann wenn es ein  $r \in \mathbb{Z}$  gibt so dass  $r \cdot a = b$ .

Gegeben zwei Zahlen  $x, y \in \mathbb{Z}$ , dann ist der *größte gemeinsame Teiler* von  $x$  und  $y$ , geschrieben  $\text{gcd}(x, y)$ , die Zahl  $z \in \mathbb{Z}$ , so dass  $z$  sowohl  $x$  als auch  $y$  teilt und für jede Zahl  $u \in \mathbb{Z}$ , die  $x$  und  $y$  teilt, gilt, dass  $u \leq z$ .

Für den größten gemeinsamen Teiler gelten folgende Gleichungen:

$$\text{gcd}(a, a) = a \quad (1)$$

$$a \leq b \implies \text{gcd}(a, b) = \text{gcd}(b - a, a) \quad (2)$$

$$b \leq a \implies \text{gcd}(a, b) = \text{gcd}(b, a - b) \quad (3)$$

$$\text{gcd}(a, b) = \text{gcd}(b, a) \quad (4)$$

Folgendes C0-Programm soll den größten gemeinsamen Teiler berechnen:

```
1 int ggt(int a, int b)
2 /** pre ?
3     post ?
4 */
5 {
6     while (1) /** inv ? */ {
7         if (a == b) {
8             return a;
9         }
10        else
11            {}
12        /** { ? } */
13        if (a <= b) {
14            b= b- a;
15        }
16        else {
17            a= a-b;
18        }
19    }
20 }
```

- (i) Formalisieren Sie die Korrektheit, indem Sie die Vorbedingung und Nachbedingung formulieren:
- (ii) Finden Sie eine Invariante:
- (iii) In Zeile 12 können Sie gegenfalls eine Zusicherung einfügen, die den Beweis vereinfacht:
- (iv) Beweisen Sie die Korrektheit, indem Sie die Verifikationsbedingungen mit der *schwächste Vorbedingung* berechnen:
- (v) Beweisen Sie die Korrektheit, indem Sie die Verifikationsbedingungen mit der *stärksten Nachbedingung* berechnen:

*Hinweise:*

1. Die Invariante ist denkbar einfach: der größte gemeinsame Teiler von  $a$  und  $b$  bleibt immer gleich.
2. Benutzen Sie gerne das Web-Interface unseres selbstentwickelten Werkzeugs: <https://ksgm.informatik.uni-bremen.de/>