

10. Übungsblatt

Ausgabe: 30.06.22

Abgabe: 07.07.22 08:00

Die Lösungen bitte in der Vorlage `uebung-10.md` eintragen und diese in Eurem KSGM-Repository rechtzeitig committen und hochladen.

10.1 Größer gemeinsamer Teiler (Reprise)

Wir kennen den größten gemeinsamen Teiler aus Aufgabe 7.1. Hier ist eine andere Formulierung, die auf einer Endlosschleife basiert.

```
1 int ggt(int a, int b)
2 /** pre ?;
3     post ?;
4 */
5 {
6     while (1) /** inv ? */ {
7         if (a == b) {
8             return a;
9         }
10        else {
11            }
12        if (a <= b) {
13            b= b- a;
14        }
15        else {
16            a= a-b;
17        }
18    }
19 }
```

Beweisen Sie die Korrektheit des Programmes in vier einfachen Schritten:

- (i) Formalisieren Sie die Korrektheit, indem Sie die Vorbedingung und Nachbedingung formulieren.
- (ii) Annotieren Sie eine Invariante.
- (iii) Berechnen Sie die Verifikationsbedingungen, und annotieren Sie die dabei berechneten schwächsten Vorbedingungen.
- (iv) Danach vereinfachen und beweisen Sie die Verifikationsbedingungen.

Hinweise:

1. Die Invariante ist denkbar einfach (und aus Funk und Fernsehen, oder genauer vorherigen Übungen, bekannt): der größte gemeinsame Teiler von a und b bleibt immer gleich.
2. Für den größten gemeinsamen Teiler gelten die aus Übungsblatt 8 bekannten Gleichungen:

$$\forall a. \text{gcd}(a, 0) = a \quad (1)$$

$$\forall a. \text{gcd}(a, a) = a \quad (2)$$

$$\forall a b. 0 < a < b \implies \text{gcd}(a, b) = \text{gcd}(b - a, a) \quad (3)$$

$$\forall a b. \text{gcd}(a, b) = \text{gcd}(b, a) \quad (4)$$