

1. Übungsblatt

Ausgabe: 04.11.10

Abgabe: 15.11.10

1 Die Wurzel des Ganzen

10 Punkte

Die *ganzzahlige Quadratwurzel* einer Zahl $n \in \mathbb{N}$ ist definiert als die größte Zahl x , deren Quadrat noch kleiner gleich n ist:

$$x^2 \leq n \wedge n < (x + 1)^2 \quad (1)$$

In diesem Übungsblatt implementieren wir ein Näherungsverfahren zur Berechnung von x . Die Berechnung soll nur unter Benutzung von ganzzahliger Arithmetik erfolgen und keine Fließkommaarithmetik benutzen.

Das Näherungsverfahren beruht auf dem sogenannten babylonischen Verfahren, und berechnet x durch eine Folge $(x_k)_{k \in \mathbb{N}}$, die rekursiv definiert ist:

$$x_{k+1} = \frac{(x_k + \frac{n}{x_k})}{2}. \quad (2)$$

Das Abbruchkriterium der Iteration ist $x_{k+1} \geq x_k$. Als Initialwert x_0 kann n gewählt werden.

- Wir implementieren zuerst eine Funktion, welche die Annäherung aus (2) berechnet, indem sie sich rekursiv aufruft, wenn das Abbruchkriterium nicht erfüllt ist:

```
approximate :: Integer -> Integer -> Integer
```

Der erste Parameter ist hier die Zahl n , und der zweite Parameter die momentane Annäherung x_k .

- Damit implementieren wir die Funktion

```
isqr :: Integer -> Integer
```

welche durch den Aufruf von `approximate` mit dem Initialwert die ganzzahlige Wurzel des Arguments berechnet.

- Um zu prüfen, ob das überhaupt stimmt, schreiben wir jetzt noch eine Funktion

```
testisqr :: Integer -> Bool
```

welche mit Formel (1) prüft, ob die Funktion `isqr` die ganzzahlige Wurzel an dieser Stelle korrekt berechnet. Mit Hilfe dieser Funktion können Sie Ihre Implementation leicht testen.

Die Funktion `isqr` sollte Fehler und Sonderfälle korrekt behandeln.

2 Im Dienste Ihrer Majestät

10 Punkte

In Großbritannien wird Bier in *pints* getrunken, und die Längen in *inches*, *feet*, *yards* und *miles* gemessen. Das verwirrt die meisten Kontinentaleuropäer, daher ist diese Übung unserer dieswöchentlichen Beitrag zur Völkerverständigung.

Für die britischen (die *imperialen*) Maßeinheiten gilt gilt:

- Die kleinste Längeneinheit ist ein *inch*, und entspricht 25.4 Millimetern;
- 12 *inches* sind ein *foot*;
- 3 *feet* sind ein *yard*;
- 1760 *yards* sind eine *mile*.

Definieren Sie zwei Datentypen `Metric` und `Imperial`, welche zum einen metrische Längen (in Metern) und zum anderen die imperialen Maßeinheiten modellieren. Damit definieren Sie zwei Funktionen

```
imperialToMetric :: Imperial → Metric
metricToImperial :: Metric → Imperial
```

welche zwischen den beiden Maßsystemen konvertieren.

Die Umrechnung sollte beispielsweise 100 Meter in 109 Yards, 1 Fuß, 1 Inch konvertieren. Der Datentyp `Imperial` sollte das Ergebnis modellieren können; es sollte nicht alles in einen Grunddatentyp eingebettet werden (e.g. alles in Inches oder Millimeter konvertieren). Dabei bleibt es Ihnen überlassen, wie Sie mit den Bruchteilen eines *inch* umgehen.

Um das Ergebnis anzeigen zu können, definieren Sie eine Funktion

```
showImperial :: Imperial → String
```

welche imperiale Maßeinheiten anzeigt; Null-Werte werden dabei nicht angezeigt. Zum Beispiel ergibt `showImperial(metricToImperial (Meter 100))` die Zeichenkette "109 yd, 1 ft, 1 in" (oder vergleichbar).

Formulieren Sie mindestens zwei Eigenschaften, die für die Funktionen gelten müssen, und implementieren Sie diese wie in Aufgabe 1 in einer Funktion mit Wertebereich `Bool`, welche diese Eigenschaften testet. Testen Sie mit diesen Eigenschaften Ihre Implementation.

Zusatzaufgabe: Wer Spaß daran hat, kann noch die heutzutage kaum gebräuchlichen Maßeinheiten *chain*, *fathom* und *furlong* modellieren, die eine Meile unterteilen. Hier gilt:

- 2 *yards* sind ein *fathom*;
- 11 *fathoms* sind ein *chain*;
- 10 *chains* sind ein *furlong*;
- 8 *furlong* sind eine *mile*.