

Reaktive Programmierung
Vorlesung 2 vom 09.04.2017: Monaden als Berechnungsmuster

Christoph Lüth, Martin Ring

Universität Bremen

Sommersemester 2017

22.56.58 2017-06-06

1 [28]



Fahrplan

- ▶ Einführung
- ▶ **Monaden als Berechnungsmuster**
- ▶ Nebenläufigkeit: Futures and Promises
- ▶ Aktoren I: Grundlagen
- ▶ Aktoren II: Implementation
- ▶ Bidirektionale Programmierung
- ▶ Meta-Programmierung
- ▶ Reaktive Ströme I
- ▶ Reaktive Ströme II
- ▶ Functional Reactive Programming
- ▶ Software Transactional Memory
- ▶ Eventual Consistency
- ▶ Robustheit und Entwurfsmuster
- ▶ Theorie der Nebenläufigkeit, Abschluss

RP SS 2017

2 [28]



Inhalt

- ▶ Monaden als allgemeine Berechnungsmuster
- ▶ Beispielmonaden, und wie geht das mit IO?
- ▶ Monaden in Scala

RP SS 2017

3 [28]



Monaden als allgemeine Berechnungsmuster

RP SS 2017

4 [28]



Berechnungsmuster

- ▶ Eine Programmiersprache hat ein grundlegendes **Berechnungsmodell** und darüber hinaus **Seiteneffekte**
- ▶ Seiteneffekte sind meist **implizit** (Bsp: exceptions)
- ▶ Monaden **verkapseln** Seiteneffekt in einem **Typ** mit bestimmten Operationen:
 1. **Komposition** von Seiteneffekten
 2. **Leere** Seiteneffekte
 3. **Basisoperationen**
- ▶ Idee: Seiteneffekt **explizit** machen

RP SS 2017

5 [28]



Monaden als Berechnungsmuster

Eine **Monade** ist:

- ▶ **mathematisch**: durch Operationen und Gleichungen definiert (verallgemeinerte algebraische Theorie)
- ▶ als **Berechnungsmuster**: **verknüpfbare** Berechnungen mit einem **Ergebnis**
- ▶ In **Haskell**: durch mehrere **Typklassen** definierte Operationen mit bestimmten Eigenschaften
- ▶ In **Scala**: ein Typ mit bestimmten **Operationen**

RP SS 2017

6 [28]



Beispiel: Funktionen mit Zustand

- ▶ Funktion $f : A \rightarrow B$ mit Seiteneffekt in **Zustand** S :
$$f : A \times S \rightarrow B \times S \cong f' : A \rightarrow S \rightarrow B \times S$$
- ▶ Datentyp: $S \rightarrow B \times S$
- ▶ Operationen:
 - ▶ Komposition von zustandsabhängigen Berechnungen:
$$\begin{aligned} f : A \times S &\rightarrow B \times S & g : B \times S &\rightarrow C \times S \\ &\cong & &\cong \\ f' : A \rightarrow S &\rightarrow B \times S & g' : B \rightarrow S &\rightarrow C \times S \\ & & g' \cdot f' &= (g \cdot f)' \end{aligned}$$
- ▶ Basisoperationen: aus dem Zustand **lesen**, Zustand **verändern**

RP SS 2017

7 [28]



Monaden in Haskell

RP SS 2017

8 [28]



Monaden in Haskell

- ▶ Monaden in Haskell als Verallgemeinerung von Aktionen

Aktionen:	Monade m
<code>type IO α</code>	<code>type m α</code>
Komposition:	Komposition:
<code>(\gg) :: IO $\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow IO \beta) \rightarrow IO \beta$</code>	<code>(\gg) :: m $\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow m \beta) \rightarrow m \beta$</code>
Leere Aktion:	Leerer Seiteneffekt:
<code>return :: $\alpha \rightarrow IO \alpha$</code>	<code>return :: $\alpha \rightarrow m \alpha$</code>
Aktion für Funktionen:	Seiteneffekt auf Funktionen:
<code>fmap :: ($\alpha \rightarrow \beta$) \rightarrow IO $\alpha \rightarrow$ IO β</code>	<code>fmap :: ($\alpha \rightarrow \beta$) \rightarrow m $\alpha \rightarrow$ m β</code>

Beispiel für eine Konstruktorklasse.

RP SS 2017

9 [28]



Monadengesetze I

- ▶ Monaden müssen bestimmte Eigenschaften erfüllen.
- ▶ Für Funktionen:

```
class Functor f where
  fmap :: ( $\alpha \rightarrow \beta$ )  $\rightarrow$  f  $\alpha \rightarrow$  f  $\beta$ 
```

fmap bewahrt Identität und Komposition:

```
fmap id == id
fmap (f  $\circ$  g) == fmap f  $\circ$  fmap g
```

- ▶ Folgendes gilt allgemein (für $r :: f \alpha \rightarrow g \alpha$, $h :: \alpha \rightarrow \beta$):

```
fmap h  $\circ$  r == r  $\circ$  fmap h
```

RP SS 2017

10 [28]



Monadengesetze II

- ▶ Für Verkettung (\gg) und Lifting (return):

```
class (Functor m, Applicative m) => Monad m where
  ( $\gg$ ) :: m  $\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow m \beta) \rightarrow m \beta$ 
  return ::  $\alpha \rightarrow m \alpha$ 
```

\gg ist assoziativ und return das neutrale Element:

```
return a  $\gg$  k == k a
m  $\gg$  return == m
m  $\gg$  (x  $\rightarrow$  k x  $\gg$  h) == (m  $\gg$  k)  $\gg$  h
```

- ▶ Folgendes gilt allgemein (naturality von return und \gg):

```
fmap f  $\circ$  return == return  $\circ$  f
m  $\gg$  (fmap f  $\circ$  p) == fmap f (m  $\gg$  p)
```

- ▶ Den syntaktischen Zucker (do-Notation) gibt's dann umsonst dazu.

RP SS 2017

11 [28]



Zustandsabhängige Berechnungen in Haskell

- ▶ Modellierung: Zustände **explizit** in Typ σ (polymorph über α)

```
data ST  $\sigma \alpha =$  St { run ::  $\sigma \rightarrow (\alpha, \sigma)$  }
```

- ▶ Komposition zweier solcher Berechnungen:

```
f  $\gg$  g = St $  $\lambda s \rightarrow$  let (a, s') = run f s in run (g a) s'
```

- ▶ Leerer Seiteneffekt:

```
return a = St $  $\lambda s \rightarrow$  (a, s)
```

- ▶ Lifting von Funktionen:

```
fmap f g = St $  $\lambda s \rightarrow$  let (a, s1) = run g s in (f a, s1)
```

RP SS 2017

12 [28]



Basisoperationen: Zugriff auf den Zustand

- ▶ Zustand lesen:

```
get :: ( $\sigma \rightarrow \alpha$ )  $\rightarrow$  ST  $\sigma \alpha$ 
get f = St $  $\lambda s \rightarrow$  (f s, s)
```

- ▶ Zustand setzen:

```
set :: ( $\sigma \rightarrow \sigma$ )  $\rightarrow$  ST  $\sigma ()$ 
set g = St $  $\lambda s \rightarrow$  ((, g s)
```

RP SS 2017

13 [28]



Benutzung von ST: einfaches Beispiel

- ▶ Zähler als Zustand:

```
type WithCounter  $\alpha =$  ST Int  $\alpha$ 
```

- ▶ Beispiel: Funktion, die in Kleinbuchstaben konvertiert und zählt:

```
cntToL :: String  $\rightarrow$  WithCounter String
cntToL [] = return ""
cntToL (x:xs)
  | isUpper x = do ys  $\leftarrow$  cntToL xs
                 set (+1)
                 return (toLower x: ys)
  | otherwise = do { ys  $\leftarrow$  cntToL xs; return (x: ys) }
```

- ▶ Hauptfunktion:

```
cntToLower :: String  $\rightarrow$  (String, Int)
cntToLower s = run (cntToL s) 0
```

RP SS 2017

14 [28]



Implizite vs. explizite Zustände

- ▶ Nachteil von ST: Zustand ist **explizit**

- ▶ Kann dupliziert werden

- ▶ Daher: Zustand **implizit** machen

- ▶ Datentyp verkapseln

- ▶ Zugriff auf Zustand **nur** über elementare Operationen

- ▶ Zustand wird garantiert nicht dupliziert oder weggeworfen.

RP SS 2017

15 [28]



Zustandstransformer mit impliziten Zustand

- ▶ Impliziter Zustand und getypte Referenzen:

```
newtype Ref  $\alpha =$  Ref { addr :: Integer } deriving (Eq, Ord)
type M $\alpha$  = M.Map Integer  $\alpha$ 
```

- ▶ Lesen und Schreiben als Operationen auf Data.Map

- ▶ Impliziten Zustand und Basisoperationen verkapseln:

```
newtype ST  $\alpha \beta =$  ST { state :: State.ST (M $\alpha$ )  $\beta$  }
```

- ▶ Exportschnittstelle: state wird **nicht exportiert**

- ▶ runST Kombinator:

```
runST :: ST  $\alpha \beta \rightarrow \beta$ 
runST s = fst (State.run (state s) M.empty)
```

- ▶ Mit dynamischen Typen können wir den Zustand monomorph machen.

RP SS 2017

16 [28]



Weitere Beispiele für Monaden

- ▶ Zustandstransformer: State, ST, Reader, Writer
- ▶ Fehler und Ausnahmen: Maybe, Either
- ▶ Mehrdeutige Berechnungen: List, Set

RP SS 2017

17 [28]



Unveränderliche Zustände: Reader

- ▶ Die Reader-Monade:

```
newtype Reader σ α = Rd { run :: σ → α }
```

```
instance Functor (Reader σ) where  
  fmap f r = Rd (f . run r)
```

```
instance Monad (Reader σ) where  
  return a = Rd (λs → a)  
  r >>= f = Rd (λs → run (f ((run r) s)) s)
```

- ▶ Berechnungsmodell: Zustand aus dem nur **gelesen** wird
 - ▶ Vereinfachter Zustandsmonade
 - ▶ Basisoperation: read, local
 - ▶ Es gibt auch das "Gegenstück": Writer

RP SS 2017

18 [28]



Fehler und Ausnahmen: Maybe

- ▶ Maybe als Monade:

```
instance Functor Maybe where  
  fmap f (Just a) = Just (f a)  
  fmap f Nothing = Nothing
```

```
instance Monad Maybe where  
  Just a >>= g = g a  
  Nothing >>= g = Nothing  
  return = Just
```

- ▶ Berechnungsmodell: **Fehler**
 - ▶ $f :: \alpha \rightarrow \text{Maybe } \beta$ ist Berechnung mit möglichem Fehler
 - ▶ Fehlerfreie Berechnungen werden verkettet
 - ▶ Fehler (Nothing) werden propagiert

RP SS 2017

19 [28]



Fehler und Ausnahmen: Either

- ▶ Either α als Monade:

```
data Either δ β = Left δ | Right β
```

```
instance Functor (Either δ) where  
  fmap f (Right b) = Right (f b)  
  fmap f (Left a) = Left a
```

```
instance Monad (Either δ) where  
  Right b >>= g = g b  
  Left a >>= _ = Left a  
  return = Right
```

- ▶ Berechnungsmodell: **Ausnahmen**
 - ▶ $f :: \alpha \rightarrow \text{Either } \delta \beta$ ist Berechnung mit Ausnahmen vom Typ δ
 - ▶ Ausnahmefreie Berechnungen (Right a) werden verkettet
 - ▶ Ausnahmen (Left e) werden propagiert

RP SS 2017

20 [28]



Mehrdeutigkeit

- ▶ List als Monade:
 - ▶ Können wir so nicht hinschreiben, Syntax vordefiniert
 - ▶ Aber siehe ListMonad.hs

```
instance Functor [α] where  
  fmap = map
```

```
instance Monad [α] where  
  a : as >>= g = g a ++ (as >>= g)  
  [] >>= g = []  
  return a = [a]
```

- ▶ Berechnungsmodell: Mehrdeutigkeit
 - ▶ $f :: \alpha \rightarrow [\beta]$ ist Berechnung mit **mehreren** möglichen Ergebnissen
 - ▶ Verkettung: Anwendung der folgenden Funktion auf **jedes** Ergebnis (concatMap)

RP SS 2017

21 [28]



Aktionen als Zustandstransformationen

- ▶ **Idee:** Aktionen sind Zustandstransformationen auf Systemzustand S
- ▶ S beinhaltet
 - ▶ Speicher als Abbildung $A \rightarrow V$ (Adressen A , Werte V)
 - ▶ Zustand des Dateisystems
 - ▶ Zustand des Zufallsgenerators
- ▶ In Haskell: Typ RealWorld
 - ▶ "Virtueller" Typ, Zugriff nur über elementare Operationen
 - ▶ Entscheidend nur Reihenfolge der Aktionen

```
type IO α = ST RealWorld α
```

RP SS 2017

22 [28]



Monaden in Scala

Monaden in Scala

- ▶ Seiteneffekte sind in Scala implizit
- ▶ Aber Monaden werden implizit unterstützt
- ▶ "Monadische" Notation: for

RP SS 2017

23 [28]



RP SS 2017

24 [28]



Monaden in Scala

- Für eine Monade in Scala:

```
abstract class T[A] {  
  def flatMap[B](f: A => T[B]): T[B]  
  def map[B](f: A => B): T[B]  
}
```

- Gegebenfalls noch

```
def filter (f: A => Bool): T[A]  
def foreach (f: A => Unit): Unit
```



do it in Scala!

- Übersetzung von for mit einem Generator:

```
for (x<- e1) yield r ==> e1.map(x=> r)
```

- for mit mehreren Generatoren:

```
for (x1<- e1; x2<- e2; s) yield r  
=>  
e1.flatMap(x=> for (y<- e2; s) yield r)
```

- Wo ist das return? Implizit:

```
e1.map(x=> r) == e1.flatMap(x=> return r)
```

```
fmap f p == p >>= return o f
```



Beispiel: Zustandsmonade in Scala

- Typ mit map und flatMap:

```
case class State[S,A](run: S => (A,S)) {
```

```
  def flatMap[B](f: A => State[S,B]): State[S,B] =  
    State { s => val (a,s2) = run(s)  
                 f(a).run(s2)  
              }
```

```
  def map[B](f: A => B): State[S,B] =  
    flatMap(a => State(s => (f(a),s)))
```

- Beispielprogramm: Ein Stack



Zusammenfassung

- Monaden sind **Muster** für **Berechnungen** mit **Seiteneffekten**
- Beispiele:
 - Zustandstransformer
 - Fehler und Ausnahmen
 - Nichtdeterminismus
- Nutzen von Monade: Seiteneffekte **explizit** machen, und damit Programme **robuster**
- Was wir ausgelassen haben: Kombination von Monaden (Monadentransformer)
- Grenze: Nebenläufigkeit → Nächste Vorlesung

