Z-Notation

Die folgenden Tabellen geben einen Überblick über die in Z verwendeten Schreibweisen. Das LaTeX-Eingabeformat wird auch von gängigen Z-Werkzeugen, u.a. auch von Z/Eves und Jaza akzeptiert; für die Formatierung mit LaTeX wird `zed-csp.sty` (bzw. `z-eves.sty`) benötigt. Alle Eingaben müssen innerhalb einer `zed`-Umgebung stehen (d.h. innerhalb von `\begin{zed}` ... `\end{zed}`), ausgenommen „boxes“ (axiomatische bzw. generische Definitionen oder Schemata), die selbst als Umgebung geschrieben werden.

<table>
<tr><th colspan="3">Deklarationen und Definitionen</th></tr>
<tr><th>LaTeX-Eingabe</th><th>Ausgabe</th><th>Erklärung</th></tr>
<tr><td>[Type]</td><td>$[Type]$</td><td>Grund-Typen</td></tr>
<tr><td>id~params == expr</td><td>$id\ params == expr$</td><td>Abkürzung</td></tr>
<tr><td>T ::= c |
  d \ldata U \rdata</td><td>$T ::= c \mid d\langle\!\langle U\rangle\!\rangle$</td><td>Definition freier Typen</td></tr>
<tr><td>\begin{axdef}
  x: T
\where
  P
\end{axdef}</td><td>$x : T$
P</td><td>axiomatische Definitionen</td></tr>
<tr><td>\begin{gendef}[X]
  x: X
\where
  P
\end{gendef}</td><td>$[X]$
$x : X$
P</td><td>generische Definitionen</td></tr>
<tr><td>\begin{schema}{S}
  x: T
\where
  P
\end{schema}</td><td>S
$x : T$
P</td><td>Schema-Definition</td></tr>
<tr><td>S \defs [x:T | P]</td><td>$S \mathrel{\widehat{=}} [x : T \mid P]$</td><td>Schema-Definition in „horizontaler“ Schreibweise</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Schema-Ausdrücke</th></tr>
<tr><th>LaTeX-Eingabe</th><th>Ausgabe</th><th>Erklärung</th></tr>
<tr><td>Id', Id!, Id?, Id_n</td><td>Id', $Id!$, $Id?$, Id_n</td><td>Dekorationen (n Ziffer)</td></tr>
<tr><td>\Delta S</td><td>ΔS</td><td>Abkürzung für $S \land S'$</td></tr>
<tr><td>\Xi S</td><td>ΞS</td><td>Abkürzung für $S \land S' \land \theta S = \theta S'$</td></tr>
<tr><td>\lnot S, S \land T,
S \lor T</td><td>$\lnot S$, $S \land T$,
$S \lor T$</td><td>logische Verknüpfungen von Schemata</td></tr>
<tr><td>\forall x:T @ S
\exists x:T @ S</td><td>$\forall x : T \bullet S$
$\exists x : T \bullet S$</td><td>Quantoren (auch $\exists_1$ erlaubt)</td></tr>
<tr><td>S \hide (x)</td><td>$S \setminus (x)$</td><td>Hiding, äquivalent zu $\exists x : T \bullet S$, wobei T der Typ von x in S</td></tr>
<tr><td>S \project T</td><td>$S \upharpoonright T$</td><td>Projektion, äquivalent zu $(S \land T) \setminus (\vec{x})$, wobei $\vec{x}$ die Variablen in S sind, die in T nicht vorkommen</td></tr>
<tr><td>S \semi T</td><td>$S \fatsemi T$</td><td>sequentielle Komposition</td></tr>
<tr><td>S \pipe T</td><td>$S \gg T$</td><td>Pipe-Komposition</td></tr>
<tr><td>\pre S</td><td>$\mathrm{pre}\ S$</td><td>Vorbedingung (Hiding der gestrichenen und Ausgabe-Variablen)</td></tr>
</table>

Ausdrücke

<table>
<tr><th>LaTeX-Eingabe</th><th>Ausgabe</th><th>Erklärung</th></tr>
<tr><td>\{ x:T | P @ E \}</td><td>$\{x : T \mid P \bullet E\}$</td><td>Mengenkomprehension (E optional), z.B.
$\{x : \mathbb{Z} \mid x > 5 \bullet x * x\} = \{36, 49, 64, \ldots\}$</td></tr>
<tr><td>(\lambda x:T | P @ E)</td><td>$(\lambda x : T \mid P \bullet E)$</td><td>$\lambda$-Ausdruck, äquivalent zu $\{x : T \mid P \bullet (x, E)\}$</td></tr>
<tr><td>f~x</td><td>$f\,x$</td><td>Funktionsanwendung</td></tr>
<tr><td>(\mu x:T | P @ E)</td><td>$(\mu x : T \mid P \bullet E)$</td><td>eindeutige Beschreibung (E optional), z.B.
$(\mu x : \mathbb{N}_1 \mid x * x = x \bullet x + x) = 2$</td></tr>
<tr><td>\IF P \THEN E1 \ELSE E2</td><td>$\textbf{if } P \textbf{ then } E1 \textbf{ else } E2$</td><td>bedingter Ausdruck (analog für Formeln)</td></tr>
<tr><td>\LET x==E1 @ E2</td><td>$\textbf{let } x == E1 \bullet E2$</td><td>lokale Definition (analog für Formeln)</td></tr>
</table>

Formeln

LaTeX-Eingabe	Ausgabe	Erklärung
`x = y, x \neq y`	$x = y,\ x \neq y$	(Un-)Gleichheit
`x \in S, x \notin S`	$x \in S,\ x \notin S$	(Nicht-)Enthaltensein
`S \subseteq T`	$S \subseteq T$	Teilmenge
`S \subset T`	$S \subset T$	echte Teilmenge
`\lnot P`	$\neg P$	Negation
`P \land Q`	$P \land Q$	Konjunktion
`P \lor Q`	$P \lor Q$	Disjunktion
`P \implies Q`	$P \Rightarrow Q$	Implikation
`P \iff Q`	$P \Leftrightarrow Q$	Äquivalenz
`\forall x:T @ P`	$\forall x : T \bullet P$	Allquantifizierung
`\exists x:T @ P`	$\exists x : T \bullet P$	Existenzquantifizierung
`\exists_1 x:T @ P`	$\exists_1 x : T \bullet P$	eindeutige Existenz
`a \inrel{R} b`	$a \ \underline{R}\ b$	Infix-Relation, äquivalent zu $(a, b) \in R$

Mengen

LaTeX-Eingabe	Ausgabe	Erklärung
`\emptyset`	$\emptyset$	leere Menge
`\{a, b\}`	$\{a, b\}$	Aufzählung endlicher Mengen
`S \cup T, S \cap T`	$S \cup T,\ S \cap T$	Vereinigung, Durchschnitt
`S \setminus T`	$S \setminus T$	Mengendifferenz
`\power S, \power_1 S`	$\mathbb{P}\,S,\ \mathbb{P}_1\,S$	Potenzmenge ($\mathbb{P}_1\,S = \mathbb{P}\,S \setminus \emptyset$)
`S \cross T`	$S \times T$	Mengenprodukt
`\bigcup TT`	$\bigcup TT$	verallgemeinerte Vereinigung, $a \in \bigcup TT \Leftrightarrow \exists S \in TT \bullet a \in S$
`\bigcap TT`	$\bigcap TT$	verallgemeinerter Durchschnitt, $a \in \bigcap TT \Leftrightarrow \forall S \in TT \bullet a \in S$

Paare und Tupel

LaTeX-Eingabe	Ausgabe	Erklärung
`(a, b)`	(a, b)	Paar- und Tupelbildung (beliebige Stelligkeit)
`a \mapsto b`	$a \mapsto b$	geordnetes Paar („maplet“), äquivalent zu (a, b)
`t.n`	$t.n$	Selektion der n-ten Komponente, z.B. $(a, b, c).2 = b$
`first~p`	$\mathit{first}\, p$	erste Komponente, $\mathit{first}(a, b) = a$ (äquivalent zu $p.1$)
`second~p`	$\mathit{second}\, p$	zweite Komponente, $\mathit{second}(a, b) = b$ (äquivalent zu $p.2$)

Relationen

LaTeX-Eingabe	Ausgabe	Erklärung
`X \rel Y`	$X \leftrightarrow Y$	Menge der Relationen, $X \leftrightarrow Y = \mathbb{P}(X \times Y)$
`\dom R`	$\operatorname{dom} R$	Vorbereich, $\operatorname{dom} R = \{ x : X;\ y : Y \mid x \underline{R}\, y \bullet x \}$
`\ran R`	$\operatorname{ran} R$	Nachbereich, $\operatorname{ran} R = \{ x : X;\ y : Y \mid x \underline{R}\, y \bullet y \}$
`\id X`	$\operatorname{id} X$	Identitätsrelation, $\operatorname{id} X = (\lambda x : X \bullet x)$
`Q \comp R`	$Q \fatsemi R$	Relationskomposition, $Q \fatsemi R = \{ x : X;\ z : Z \mid (\exists y : Y \bullet x \underline{Q}\, y \land y \underline{R}\, z) \bullet x \mapsto z \}$
`R \circ Q`	$R \circ Q$	Rückwärtskomposition, $R \circ Q = Q \fatsemi R$, $(f \circ g)\, x = f(g\, x)$
`R \inv`	$R^{\sim}$	Umkehr-Relation, $R^{\sim} = \{ x : X;\ y : Y \mid x \underline{R}\, y \bullet y \mapsto x \}$
`A \dres R`	$A \lhd R$	Vorbereichs-Restriktion, $A \lhd R = \{ x : X;\ y : Y \mid x \underline{R}\, y \land x \in A \bullet x \mapsto y \}$
`A \ndres R`	$A \mathbin{⩤} R$	Vorbereichs-Antirestriktion, $A \mathbin{⩤} R = \{ x : X;\ y : Y \mid x \underline{R}\, y \land x \notin A \bullet x \mapsto y \}$
`A \rres R`	$A \rhd R$	Nachbereichs-Restriktion, $A \rhd R = \{ x : X;\ y : Y \mid x \underline{R}\, y \land y \in B \bullet x \mapsto y \}$
`A \nrres R`	$A \mathbin{⩥} R$	Nachbereichs-Antirestriktion, $A \mathbin{⩥} R = \{ x : X;\ y : Y \mid x \underline{R}\, y \land y \notin B \bullet x \mapsto y \}$
`R \limg A \rimg`	$R \llparenthesis A \rrparenthesis$	relationales Bild, $R \llparenthesis A \rrparenthesis = \operatorname{ran}(A \lhd R)$
`Q \oplus R`	$Q \oplus R$	Überschreiben, $Q \oplus R = (\operatorname{dom} R \mathbin{⩤} Q) \cup R$
`R \plus`	R^{+}	transitive Hülle, $R^{+} = \bigcap \{ Q : X \leftrightarrow X \mid R \subseteq Q \land Q \fatsemi Q \subseteq Q \}$
`R \star`	R^{*}	reflexiv-transitive Hülle, $R^{*} = \operatorname{id} X \cup R^{+}$
`R^{k}`	R^{k}	Relationsiteration, $R^{0} = \operatorname{id} X$, $R^{k+1} = R \fatsemi R^{k}$, $R^{-k} = (R^{\sim})^{k}$

Funktionen

LaTeX-Eingabe	Ausgabe	Erklärung
`X \pfun Y`	$X \mathrel{⇸} Y$	partielle Funktionen, $\{ R : X \leftrightarrow Y \mid \forall x : X;\ y_1, y_2 : Y \bullet x \underline{R}\, y_1 \land x \underline{R}\, y_2 \Rightarrow y_1 = y_2 \}$
`X \fun Y`	$X \rightarrow Y$	totale Funktionen, $X \rightarrow Y = \{ f : X \mathrel{⇸} Y \mid \operatorname{dom} f = X \}$
`X \pinj Y`	$X \mathrel{⤔} Y$	partielle Injektionen, $\{ f : X \mathrel{⇸} Y \mid \forall x_1, x_2 : \operatorname{dom} f \bullet f\, x_1 = f\, x_2 \Rightarrow x_1 = x_2 \}$
`X \inj Y`	$X \rightarrowtail Y$	totale Injektionen, $X \rightarrowtail Y = (X \rightarrow Y) \cap (X \mathrel{⤔} Y)$
`X \psurj Y`	$X \mathrel{⤀} Y$	partielle Surjektionen, $X \mathrel{⤀} Y = \{ f : X \mathrel{⇸} Y \mid \operatorname{ran} f = B \}$
`X \surj Y`	$X \twoheadrightarrow Y$	totale Surjektionen, $X \twoheadrightarrow Y = (X \rightarrow Y) \cap (X \mathrel{⤀} Y)$
`X \bij Y`	$X \mathrel{⤖} Y$	Bijektionen, $X \mathrel{⤖} Y = (X \rightarrowtail Y) \cap (X \twoheadrightarrow Y)$

Zahlen		
LaTeX-Eingabe	Ausgabe	Erklärung
`\num`	$\mathbb{Z}$	ganze Zahlen
`\nat`	$\mathbb{N}$	natürliche Zahlen, $\mathbb{N} = \{ n : \mathbb{Z} \mid n \geq 0 \}$
`\nat_1`	$\mathbb{N}_1$	positive ganze Zahlen, $\mathbb{N}_1 = \mathbb{N} \setminus \{0\}$
`+`, `-`, `*`	$+$, $-$, $*$	arithmetische Operationen ($\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$)
`\div`, `\mod`	div, mod	Division, Modulo-Operation ($\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{Z}$)
`<`, `\leq`, `>`, `\geq`	$<$, $\leq$, $>$, $\geq$	arithmetische Vergleiche ($\mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$)
`succ`	*succ*	Nachfolger-Operation ($\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$)
`a \upto b`	$a \mathinner{\ldotp\ldotp} b$	Intervalle, $a \mathinner{\ldotp\ldotp} b = \{ n : \mathbb{Z} \mid a \leq n \land n \leq b \}$
`min~S`, `max~S`	$min\, S$, $max\, S$	minimales/maximales Element einer Zahlenmenge (falls ex.) $min\, S = (\mu\, m : S \mid (\forall\, n : S \bullet m \leq n))$

Endliche Mengen		
LaTeX-Eingabe	Ausgabe	Erklärung
`\finset S`	$\mathbb{F}\, S$	Menge der endlichen Teilmengen von S, $\mathbb{F}\, S = \{ s : \mathbb{P}\, S \mid \exists\, n : \mathbb{N} \bullet \exists\, f : 1 \mathinner{\ldotp\ldotp} n \rightarrow S \bullet \mathrm{ran}\, f = S \}$
`\finset_1 S`	$\mathbb{F}_1\, S$	nichtleere endliche Teilmengen, $\mathbb{F}_1\, S = \mathbb{F}\, S \setminus \emptyset$
`\# S`	$\# S$	Kardinalität einer endlichen Menge, $\# S = (\mu\, n : \mathbb{N} \mid (\exists\, f : 1 \mathinner{\ldotp\ldotp} n \rightarrowtail S \bullet \mathrm{ran}\, f = S))$
`X \ffun Y`	$X \mathrel{+\!\!\!\!\rightarrow\!\!\!\!\!\!\;+} Y$	endliche partielle Funktionen, $X \mathrel{+\!\!\!\!\rightarrow\!\!\!\!\!\!\;+} Y = \{ f : X \mathrel{+\!\!\!\!\rightarrow} Y \mid \mathrm{dom}\, f \in \mathbb{F}\, X \}$
`X \finj Y`	$X \mathrel{\rightarrowtail\!\!\!\!\!\!\!+\!\!\!+} Y$	endliche partielle Injektionen, $X \mathrel{\rightarrowtail\!\!\!\!\!\!\!+\!\!\!+} Y = (X \mathrel{+\!\!\!\!\rightarrow\!\!\!\!\!\!\;+} Y) \cap (X \mathrel{\rightarrowtail\!\!\!\!\!\!+} Y)$

Multimengen		
LaTeX-Eingabe	Ausgabe	Erklärung
`\bag S`	$\mathrm{bag}\, S$	Multimengen über S, $\mathrm{bag}\, S = (S \mathrel{+\!\!\!\!\rightarrow} \mathbb{N}_1)$
`\lbag a, a, b\rbag`	$[\![a, a, b]\!]$	Aufzählung endlicher Multimengen, entspricht $\{a \mapsto 2, b \mapsto 1\}$
`B \bcount x`	$B \sharp x$	Häufigkeit von x in B, $B \sharp x = (\lambda\, x : S \bullet 0) \oplus B$
`n \otimes B`	$n \otimes B$	Skalierung, $n \otimes B = (\lambda\, x : \mathrm{dom}\, B \bullet x \mapsto n * (B\, x))$
`x \inbag B`	$x \mathrel{\mathrm{in}} B$	Enthaltensein in Multimenge, $x \mathrel{\mathrm{in}} B \Leftrightarrow x \in \mathrm{dom}\, B$
`A \subbageq B`	$A \sqsubseteq B$	Teil-Multimengenrelation, $A \sqsubseteq B \Leftrightarrow \forall\, x : S \bullet A \sharp x \leq B \sharp x$
`A \uplus B`	$A \uplus B$	Multimengen-Vereinigung, $(A \uplus B) \sharp x = A \sharp x + B \sharp x$
`A \uminus B`	$A \cup\!\!\!\!- B$	Multimengen-Differenz, $(A \cup\!\!\!\!- B) \sharp x = max\, \{0, A \sharp x - B \sharp x\}$
`items~s`	$items\, s$	Multimenge der Elemente einer Folge, $(items\, s) \sharp x = \#(s \upharpoonright \{x\})$

Endliche Folgen		
LaTeX-Eingabe	Ausgabe	Erklärung
`\seq S`	$\mathrm{seq}\, S$	Menge der endlichen Folgen über S, $\mathrm{seq}\, S = \{ s : \mathbb{N} \nrightarrow S \mid \exists n : \mathbb{N} \bullet \mathrm{dom}\, s = 1 \,..\, n \}$
`\seq_1 S`	$\mathrm{seq}_1\, S$	nichtleere Folgen, $\mathrm{seq}_1\, S = \{ s : \mathrm{seq}\, S \mid \#s > 0 \}$
`\iseq S`	$\mathrm{iseq}\, S$	dublettenfreie Folgen, $\mathrm{iseq}\, S = (\mathrm{seq}\, S) \cap (\mathbb{N} \rightarrowtail S)$
`\langle a, a, b \rangle`	$\langle a, a, b \rangle$	Aufzählung einer endlichen Folge, entspricht $\{ 1 \mapsto a, 2 \mapsto a, 3 \mapsto b \}$
`s \cat t`	$s \frown t$	Konkatenation, $s \frown t = s \cup \{ n : \mathrm{dom}\, t \bullet (n + \#s) \mapsto t(n) \}$
`rev~s`	$\mathit{rev}\, s$	Umkehrung, $\mathit{rev}\, s = (\lambda\, n : \mathrm{dom}\, s \bullet s(\#s - n + 1))$
`head~s`	$\mathit{head}\, s$	erstes Element, $\mathit{head}\, s = s(1)$
`tail~s`	$\mathit{tail}\, s$	Folgenrest, $\mathit{tail}\, s = (\lambda\, n : 1 \,..\, \#s - 1 \bullet s(n + 1))$
`last~s`	$\mathit{last}\, s$	letztes Element, $\mathit{last}\, s = s(\#s)$
`front~s`	$\mathit{front}\, s$	Folge ohne letztes Element, $\mathit{front}\, s = (1 \,..\, \#s - 1) \lhd s$
`squash~f`	$\mathit{squash}\, f$	Kompaktifizierung, $(\mu\, g : 1 \,..\, \#f \rightarrowtail\!\!\!\!\twoheadrightarrow \mathrm{dom}\, f \mid g^{\sim} \fatsemi \mathit{succ} \fatsemi g \subseteq (\_ < \_)) \fatsemi f$
`A \extract s`	$A \upharpoonleft s$	Extraktion der Elemente an Indizes in A, $A \upharpoonleft s = \mathit{squash}\, (A \lhd s)$
`s \filter A`	$s \upharpoonright A$	Teilfolge der Elemente von s, die in A enthalten sind, $s \upharpoonright A = \mathit{squash}\, (s \rhd A)$
`s \prefix t`	s prefix t	Präfix-Relation, s prefix $t \Leftrightarrow \exists\, v : \mathrm{seq}\, S \bullet s \frown v = t$
`s \suffix t`	s suffix t	Suffix-Relation, s suffix $t \Leftrightarrow \exists\, v : \mathrm{seq}\, S \bullet v \frown s = t$
`s \inseq t`	s in t	Teilfolge, s in $t \Leftrightarrow \exists\, u, v : \mathrm{seq}\, S \bullet u \frown s \frown v = t$
`\dcat s`	$\frown / s$	Konkatenation aller Folgen in s, $\frown / \langle\rangle = \langle\rangle, \quad \#s > 1 \Rightarrow \frown / s = (\mathit{head}\, s) \frown (\frown / \mathit{tail}\, s)$