

# Anmerkungen und Beispielableitungen zur Typinferenz

Christoph Lüth, 26.11.08

Wir geben zwei Beispiele für Typableitungsbäume, und eine verbesserte Form der Regel **Cases** für Fallunterscheidungen. Die Typableitungsbäume sind vollständig instantiiert, d.h. sie benutzen nicht wie in der Vorlesung Typvariablen, die während der Inferenz durch den abgeleiteten Typen ersetzt werden. Der unten verwendete Kontext  $\Gamma$  soll alle vordefinierten Funktion enthalten, insbesondere folgende:

$\text{head} :: [\mathbf{a}] \rightarrow \mathbf{a}, + :: \text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Int}, 5 :: \text{Int}, (:) :: \mathbf{a} \rightarrow [\mathbf{a}] \rightarrow [\mathbf{a}]$

## 1. Beispiel

Zu typisierender Ausdruck:  $\backslash \text{ys} \rightarrow \text{head ys} + 5$

Dazu passender Typableitungsbaum:

$$\frac{\frac{\frac{\frac{\Gamma_1 \vdash \text{head} :: [\mathbf{a}] \rightarrow \mathbf{a}}{\Gamma_1 \vdash \text{head} :: [\text{Int}] \rightarrow \text{Int}} \text{Ax}}{\Gamma_1 \vdash \text{head ys} :: \text{Int}} \text{Spec}}{\Gamma_1 \vdash \text{head ys} + 5 :: \text{Int}} \text{App}}{\Gamma_1 = \Gamma, \text{ys} :: [\text{Int}] \vdash \text{head ys} + 5 :: \text{Int}} \text{App2}}{\Gamma \vdash \backslash \text{ys} \rightarrow \text{head ys} + 5 :: [\text{Int}] \rightarrow \text{Int}} \text{Abs}$$

## 2. Beispiel

Zu typisierender Ausdruck:  $\backslash \mathbf{x} \rightarrow \text{case } \mathbf{x} \text{ of } \mathbf{y} : \text{ys} \rightarrow \mathbf{y}$

Um Fallunterscheidungen wie diese typisieren zu können, bei denen in den Mustern Variablen (wie  $\mathbf{y}$  und  $\text{ys}$ ) benutzt und gebunden werden, müssen wir die **case**-Regel wie folgt erweitern:

$$\frac{\Gamma \vdash \mathbf{f} :: \mathbf{s} \quad \Gamma, \mathbf{y}_{i,1} :: \mathbf{r}_{i,1}, \dots, \mathbf{y}_{i,n_i} :: \mathbf{r}_{i,n_i} \vdash \mathbf{c}_i :: \mathbf{s} \quad \Gamma, \mathbf{y}_{i,1} :: \mathbf{r}_{i,1}, \dots, \mathbf{y}_{i,n_i} :: \mathbf{r}_{i,n_i} \vdash \mathbf{e}_i :: \mathbf{t} \quad \mathbf{y}_{i,1}, \dots, \mathbf{y}_{i,n_i} \text{ sind frei in } \mathbf{c}_i}{\Gamma \vdash \text{case } \mathbf{f} \text{ of } \mathbf{c}_i \rightarrow \mathbf{e}_i :: \mathbf{t}} \text{Case'}$$

Diese Regel fügt die in dem Muster  $\mathbf{c}_i$  frei auftretenden Variablen  $\mathbf{y}_{i,1}, \dots, \mathbf{y}_{i,n_i}$  sowohl dem Kontext hinzu, in dem der Typ des Musters  $\mathbf{c}_i$  bestimmt wird, als auch dem Kontext, in dem der Typ der rechten Seite des Matches  $\mathbf{e}_i$  bestimmt wird (weil auf dieser rechten Seite die Variablen auch auftreten dürfen). Die Indizierung  $\mathbf{y}_{i,j}$  ist nötig, weil in jedem  $i$ -ten Muster unterschiedliche Variablen (mit unterschiedliche Typen) auftreten können.

Hiermit ergibt sich folgende Ableitung:

$$\frac{\frac{\frac{\Gamma_1 \vdash \mathbf{x} :: [\mathbf{a}]}{\Gamma_2 \vdash (:) :: \mathbf{a} \rightarrow [\mathbf{a}] \rightarrow [\mathbf{a}]} \text{Ax}}{\Gamma_2 = \Gamma_1, \mathbf{y} :: \mathbf{a}, \text{ys} :: [\mathbf{a}] \vdash \mathbf{y} : \text{ys} :: [\mathbf{a}]} \text{App2}}{\Gamma_1 = \Gamma, \mathbf{x} :: [\mathbf{a}] \vdash \text{case } \mathbf{x} \text{ of } \mathbf{y} : \text{ys} \rightarrow \mathbf{y} :: [\mathbf{a}]} \text{App2}}{\Gamma \vdash \backslash \mathbf{x} \rightarrow \text{case } \mathbf{x} \text{ of } \mathbf{y} : \text{ys} \rightarrow \mathbf{y} :: [\mathbf{a}] \rightarrow [\mathbf{a}]} \text{Case'}$$