Mathematische Grundlagen der Informatik I, WS01/02
Aufgabenblatt 3

Aufgabe 1.

Seien $x, y \in \mathbf{N}$. $x \mid y$ soll heißen: x ist ein Teiler von *y*, also $\exists z \in \mathbf{N}$: $xz = y$.
Zeigen Sie: „|“ ist eine Ordnungsrelation.

Aufgabe 2.

Geben Sie drei Relationen auf den natürlichen Zahlen an, deren Definitionsbereich alle natürlichen Zahlen umfasst, sowie mit den Eigenschaften

a) symmetrisch und transitiv, nicht reflexiv.
b) reflexiv und transitiv, nicht symmetrisch.
c) reflexiv und symmetrisch, nicht transitiv.

(Definitionsbereich einer Relation *R*: $D(R) = \{x \mid \exists y : (x, y) \in R\}$)

Aufgabe 3.

Sei ~ eine Äquivalenzrelation auf der Menge *M*. Sei $x \in M$ und $\overline{x} = \{y \in M \mid y \sim x\}$ die Äquivalenzklasse von *x*. Ist jetzt $y \in M$ ein weiteres Element so gilt:

$$\overline{x} = \overline{y} \text{ oder } \overline{x} \cap \overline{y} = \emptyset.$$

Aufgabe 4.

Sei $M := \{a, b, c\}$, $N := \{x, y\}$. Mittels geeigneter Diagramme geben Sie alle

surjektiven
nicht-surjektiven
injektiven
nicht-injektiven

Abbildungen $M \to N$ an.

Aufgabe 5*.

Die wesentliche Eigenschaft geordneter Paare ist die folgende:
$(a, b) = (c, d) \to ((a = c) \wedge (b = d))$

Zeigen Sie, dass die Definition $(a, b) := \{\{x\}, \{x, y\}\}$ diese Eigenschaft besitzt.