Mathematische Grundlagen der Informatik II,   SS 2002
Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1. Seien $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \in M_{4\times 5}(\mathbb{Z}_5)$, $b = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}_5^4$

a) Man berechne den Rang von A.

b) Man berechne die Lösungen des homogenen Gleichungssystems $Ax=0$. Man gebe eine Basis des Lösungsraums an.

c) Man finde 3 Lösungen des inhomogenen Gleichungssystems $Ax=b$.

Hinweis:

Alle Teilaufgaben sind lösbar, wenn man nur die erweiterte Matrix $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 0 & 2 & & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 4 & & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 2 & 3 & & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 2 & 4 & & 4 \end{pmatrix}$

durch elementare Zeilenumformungen transformiert in die Normalform

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix} & \ast \\ \begin{pmatrix} 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: Man zeige, dass durch $\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right\rangle := 13x_1y_1 - 44x_1y_2 - 44x_2y_1 + 149x_2y_2$ ein Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^2$ definiert wird.