

## Kategorien und Algebren

Sommersemester 2009

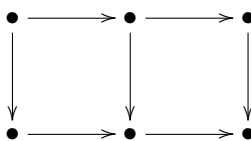
Übungsblatt 5, Abgabe 2.6.2009, 13:00 Uhr

1. In jeder Kategorie  $\mathbf{K}$  gilt bekanntlich

$$\text{Iso}(\mathbf{K}) \subset \text{Schnitt}(\mathbf{K}) \subset \text{RegMono}(\mathbf{K}) \subset \text{Mono}(\mathbf{K}).$$

Finde Kategorien  $\mathbf{K}$ , so dass

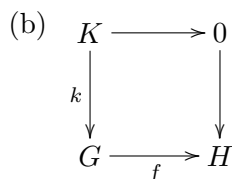
- (a) Jede obiger Inklusion die Gleichheit ist;
  - (b) Jede obiger Inklusionen echt ist;
  - (c) Genau eine obiger Inklusionen die Gleichheit ist;
  - (d) Genau eine obiger Inklusionen echt ist.
2. Zeige: Sind  $(E_i, e_i)$  Egalisatoren von  $f_i, g_i: A_i \rightarrow B_i$  ( $i = 1, 2$ ), so ist  $(E_1 \times E_2, e_1 \times e_2)$  Egalisator von  $f_1 \times f_2, g_1 \times g_2$ .
3. Zeige: Sind in dem kommutativen Diagramm



beide Quadrate Pullbacks, so ist auch das äußere Rechteck ein Pullback.

4. Sei  $f: G \rightarrow H$  ein Gruppenhomomorphismus, ebenso  $K \xrightarrow{k} G$ . Dann sind äquivalent

(a)  $(K, k) \approx (\text{Ker } f, i)$  in  $\mathbf{Grp} \downarrow G$ ,



ist ein Pullback in  $\mathbf{Grp}$ .