Prof. Dr. Hans-E. Porst 9.6.2009

Kategorien und Algebren

Sommersemester 2009

Übungsblatt 7, Abgabe 16.6.2009, 13:00 Uhr

1. Sei $\mathbf{A}$ eine volle, gegen Isomorphismen abgeschlossene Unterkategorie von $\mathbf{B}$.

   Zeige: Ist $\mathbf{A}$ reflexiv in $\mathbf{B}$, so ist mit $\mathbf{B}$ auch $\mathbf{A}$ covollständig.

2. Ein Funktor $G\colon \mathbf{A} \longrightarrow \mathbf{Set}$ heißt *darstellbar*, falls es ein Objekt A in $\mathbf{A}$ und einen natürlichen Isomorphismus $\delta\colon \mathbf{A}(A,-) \longrightarrow G$ gibt. (A,δ) heißt dann einen *Darstellung* von G.

   Zeige:

   (a) Sind (A,δ) und (B,ξ) Darstellungen von G, so existiert ein Isomorphismus $f\colon A \longrightarrow B$ mit $\delta \circ \tilde{Y}(f) = \xi$.
   ($\tilde{Y}$ ist die Bijektion $\hom(A,B) \longrightarrow n.t.(\hom(B,-),\hom(A,-))$ des Yoneda Lemmas.)

   (b) Ein Funktor $G\colon \mathbf{A} \longrightarrow \mathbf{Set}$ ist darstellbar genau dann, wenn es einen G–universellen Morphismus für $1 = \{0\}$ gibt.

3. Jeder Hom–Funktor $\mathbf{A}(A,-)\colon \mathbf{A} \longrightarrow \mathbf{Set}$ bewahrt und reflektiert Limiten.