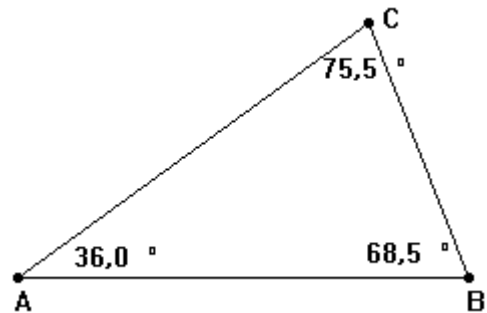


BEWEGLICHE GEOMETRIE MIT CABRI - GÉOMÈTRE

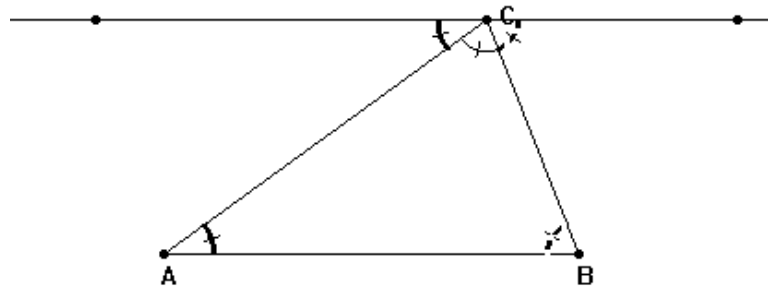
AUFGABEN ZUR DREIECKSGEOMETRIE

Aufgabe 1:

- a) Zeichne ein beliebiges Dreieck und miss die Innenwinkel. Berechne die Summe der Innenwinkel mit dem Termfenster. Was stellst du beim Verändern der Figur fest?

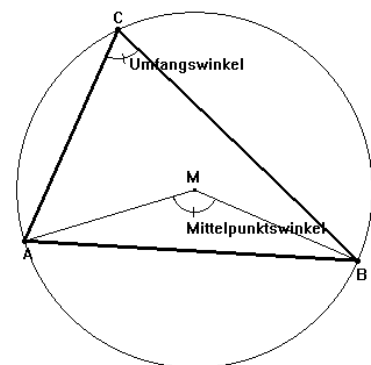


- b) Konstruiere zur Seite AB eine Parallele durch C . Miss noch die restlichen Winkel bei C , markiere gleich große Winkel gleichfarbig und erkläre das Ergebnis aus a).

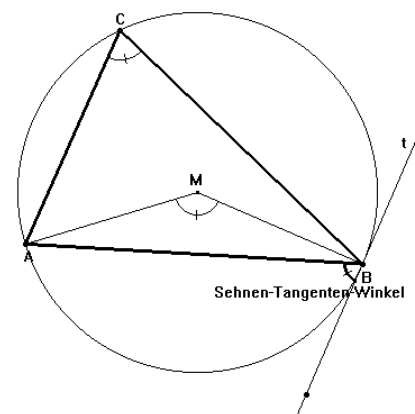


Aufgabe 2:

- a) Zeichne einen Kreis mit dem Mittelpunkt M und dann ein Dreieck, dessen Ecken auf dem Kreis liegen. Miss den Winkel $\angle ACB$, den so genannten Umfangswinkel. Was stellst du für den Umfangswinkel fest, wenn du am Eckpunkt C ziehst?
- b) Verbinde die Ecken A und B mit M . Miss den Winkel $\angle AMB$, den so genannten Mittelpunktswinkel. Was stellst du für den Mittelpunktswinkel fest, wenn du an C ziehst?



- c) Erstelle eine Tangente t an den Kreis durch den Punkt B . Ziehe am Eckpunkt C , betrachte auch den Sonderfall, dass C schließlich mit B zusammenfällt (das Dreieck also zur Strecke entartet). Was stellst du für den Winkel zwischen der Kreissehne AB und der Tangente t , den so genannten Sehnen-Tangenten-Winkel, fest? Miss diesen Winkel.



MAKROS ERSTELLEN

Muss man häufiger die gleiche Konstruktion durchführen, so ist es lästig, immer wieder die gleichen Befehle durchzuführen. Man möchte, dass *CABRI* neue Befehle „lernt“. Dies geschieht in so genannten Makros, die im Anschluss an erfolgte korrekte Konstruktionen mit der Angabe von *Startobjekten* und *Zielobjekten* – und sogar mit einem Kommentartext – aufgenommen werden und gespeichert werden können.

Aufgabe 3:

Führe folgende Konstruktionen durch und erstelle entsprechende Makros. Überlege dabei genau, welche geometrischen Objekte Startobjekte sind und welche Zielobjekte sie sind:

- Gleichseitiges Dreieck ABC aus zwei benachbarten Ecken A und B .
- Quadrat $ABCD$ aus zwei **benachbarten** Ecken A und B .
- Quadrat $ABCD$ aus zwei **diagonalen** Ecken A und C .
- regelmäßiges Sechseck aus zwei benachbarten Ecken A und B .

Aufgabe 4:

CABRI stellt einige komplexe Befehle wie *Mittelsenkrechte*, *Parallele*, *Winkelhalbierende*, etc. zur Verfügung. Diese Befehle sind nichts anderes als eingebaute Makros.

Die klassische Geometrie arbeitet seit der Antike nur mit Zirkel und Lineal. Mit dem Lineal wurden auch nur Geraden und Strecken gezogen, es hatte keine Längeneinteilung – das Geodreieck kann in diesem Sinne selbst als eine Art Makro angesehen werden und hat darüber hinaus noch Längen- und Winkelmaße.

a) Erstelle nur mit einer Zirkel-Lineal-Konstruktion eigene Makros zu folgenden Befehlen:

- **Mittelpunkt** einer Strecke.
- **Symmetrischer Punkt**, gespiegelt an einem Punkt.
- **Mittelsenkrechte** auf eine Strecke.
- **Winkelhalbierende** für einen Winkel kleiner als 180° .
- **Senkrechte** auf eine Gerade von einem Punkt außerhalb der Geraden.

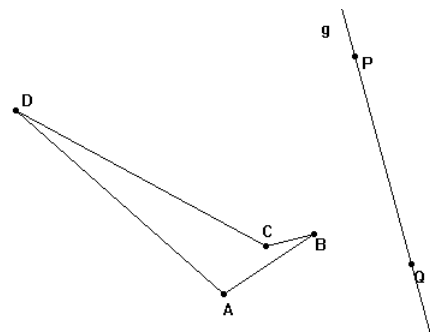
b) Erstelle mit einer Zirkel- und Lineal-Geometrie unter Verwendung obiger Makros eigene Makros zu folgenden Befehlen:

- **Symmetrischer Punkt**, gespiegelt an einer Geraden.
- **Parallele** zu einer Geraden oder einer Strecke durch einen Punkt.

SPIEGELUNG

Aufgabe 5:

Ein (möglichst unregelmäßiges) Viereck $ABCD$ soll an einer Geraden g durch P und Q gespiegelt werden. Die Bildpunkte sollen A' , B' , C' , D' heißen. Konstruiere das Bildviereck $A'B'C'D'$. Bewege sowohl die Eckpunkte des Vierecks als auch die Gerade g an den erzeugenden Punkten und beobachte die Auswirkungen.



BESONDERE PUNKTE UND LINIEN IM DREIECK

Aufgabe 6:

Erzeuge ein Dreieck mit den Ecken A , B und C . Benenne diese Ecken auch! Konstruiere zu diesem Dreieck den Umkreis. Nutze dazu u.A. die Befehle „Mittelsenkrechte“ und „Kreis“. Ziehe an den Eckpunkten deines Dreiecks und beobachte die Veränderungen des Umkreises.

Aufgabe 7:

Erzeuge wieder ein Dreieck ABC und konstruiere den Inkreis. U.A. wird der Befehl „Winkelhalbierende“ benötigt. Bedenke, dass der Inkreis mit jeder Dreiecksseite genau einen Punkt gemeinsam hat (Befehle „Senkrechte“ und „Schnittpunkt(e)“). Bewege die Eckpunkte des Dreiecks und beobachte die Veränderung des Inkreises.

Aufgabe 8:

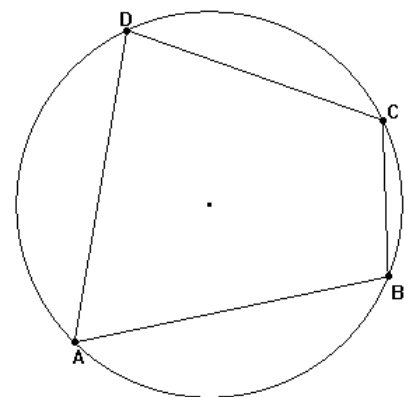
Erzeuge wieder ein Dreieck ABC . Konstruiere Umkreis- und Inkreismittelpunkt sowie die Schnittpunkte der Seitenhalbierenden (Befehl „Mittelpunkt“) und der Höhen. Wähle mit dem Befehl „Objektfarbe“ für jeden dieser vier Punkte eine andere Farbe und verteile die Objektnamen U , I , S und H . Bewege die Ecken des Dreiecks. Drei der vier Punkte U , I , S und H haben eine Gemeinsamkeit. Welche Punkte sind es und was ist ihre Gemeinsamkeit? Überprüfe deine Vermutung.

VIERECKE

Aufgabe 9:

a) Liegen die Ecken eines Vierecks auf einem Kreis, so nennt man das Viereck **Sehnenviereck**. Konstruiere einen Kreis, lege vier Punkte A , B , C , D auf den Kreis und konstruiere das zugehörige Sehnenviereck.

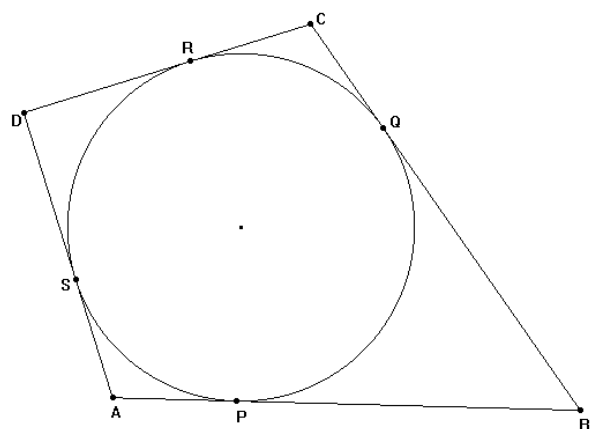
b) Miss die Innenwinkel. Was stellst du beim Variieren fest?



Aufgabe 10:

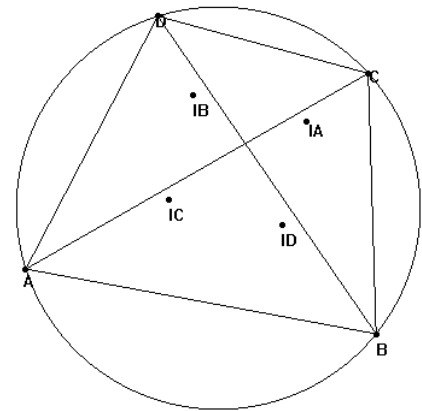
a) Ein Viereck mit einem Inkreis heißt **Tangentenviereck**. Konstruiere einen Kreis, lege vier Punkte P , Q , R , S auf den Kreis und konstruiere Tangenten an diesen Kreis durch diese Punkte. Die Schnittpunkte dieser Tangenten ergeben die Eckpunkte A , B , C , D des Tangentenvierecks.

b) Miss die Seitenlängen des Tangentenvierecks. Was stellst du beim Variieren fest? An welchen Punkten musst du dafür ziehen?



Aufgabe 11:

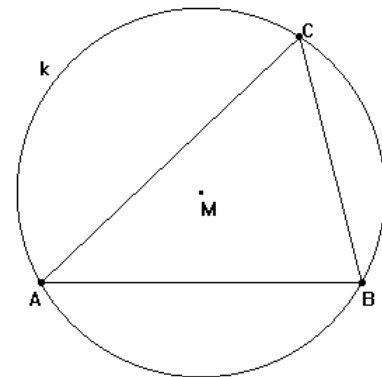
Konstruiere ein Sehnenviereck und zerteile es durch seine Diagonalen in vier Teildreieck ABC , ABD , BCD , CDA .
 Konstruiere zu diesen Dreiecken die zugehörigen Inkreis-
 mittelpunkte I_D , I_C , I_A , I_B (der Index entspricht jeweils dem
 fehlenden Eckpunkt) und verbinde sie zu einem Viereck. Was
 stellst du beim Variieren für dieses Viereck fest?



ORTSLINIEN

Aufgabe 12:

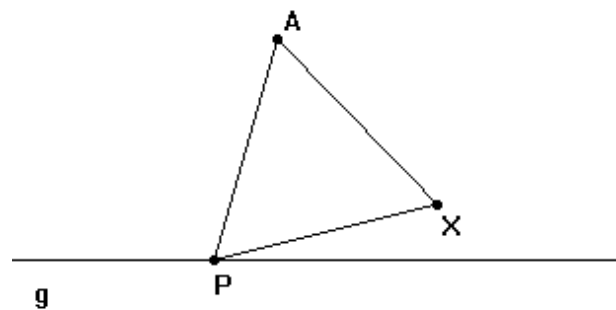
Konstruiere einen Kreis k mit dem Mittelpunkt M . Konstruiere
 drei weitere Punkte A , B , C auf k und verbinde sie zu einem
 Dreieck.



- a) Konstruiere den Schwerpunkt S des Dreiecks. Bewege
 einen Eckpunkt auf k . Welche Ortslinie beschreibt S ?
- b) Beschreibe die Ortslinie aus a) in allen sie
 bestimmenden Größen. Betrachte auch die Sonderfälle, in
 denen M auf AB liegt. Formuliere nun eine Vermutung und
 kontrolliere sie dadurch, dass du die entsprechende Figur
 konstruierst und dann die Ortslinien-Konstruktion wiederholst.
- c) Konstruiere den Höhenschnittpunkt H des Dreiecks. Bewege
 einen Eckpunkt auf k . Welche Ortslinie beschreibt H ?
 Beschreibe wieder die Ortslinie in allen Stücken und konstruiere
 eine entsprechende Figur. Wiederhole zur Kontrolle deine
 Ortslinien-Konstruktion.
- d) Konstruiere den Inkreismittelpunkt I des Dreiecks. Bewege
 einen Eckpunkt auf k . Welche Ortslinie beschreibt I ?
 Beschreibe wieder die Ortslinie in allen Stücken und konstruiere
 eine entsprechende Figur. Wiederhole zur Kontrolle deine
 Ortslinien-Konstruktion.

Aufgabe 13:

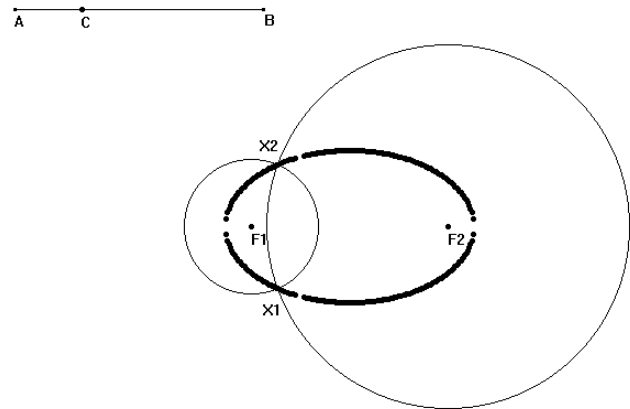
- a) Konstruiere eine Gerade g , einen Punkt
 A außerhalb von g und einen Punkt P auf g .
 Konstruiere den dritten Eckpunkt X eines
 gleichseitigen Dreiecks APX .
- b) Bewege P . Welche Ortslinie beschreibt
 X ?
- c) Konstruiere diese Linie und prüfe, ob sie
 tatsächlich diese Eigenschaft hat.



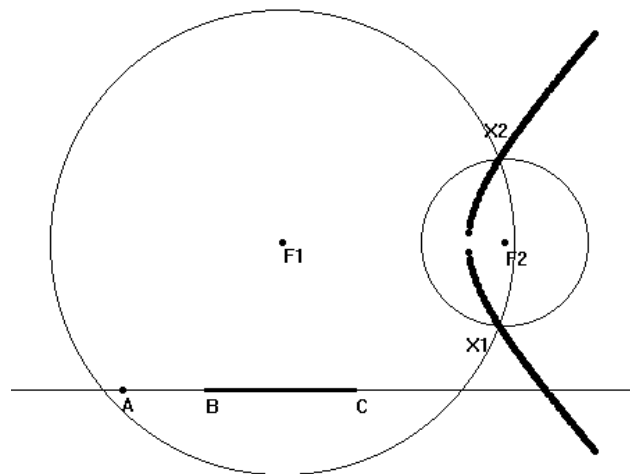
Aufgabe 14:

Kurven wie Parabel und Hyperbel, vielleicht sogar Ellipse kennst du aus dem Mathematikunterricht als Funktionsgraphen. Man erhält diese Kurven auch, wenn man einen Kegel geeignet durchschneidet, deshalb heißen sie **Kegelschnitte**. Sie sind durch typische Abstandseigenschaften charakterisiert und können infolgedessen auch punktweise als Ortskurven konstruiert werden.

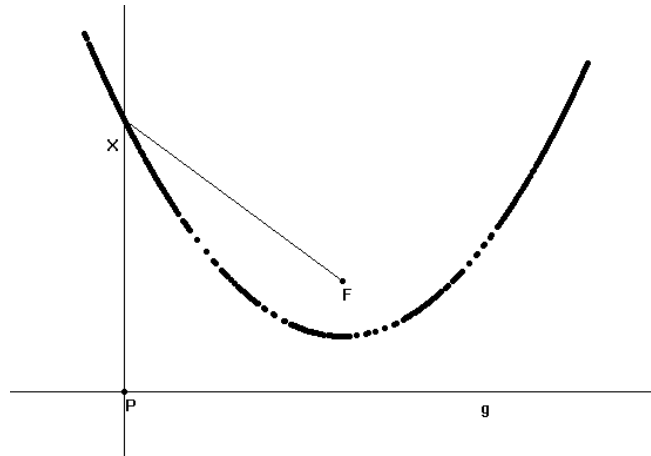
a) Eine Ellipse ist die Menge von Punkten, die von zwei festen Punkten F_1 und F_2 eine konstante Entfernungssumme haben. Konstruiere zwei Punkte F_1 und F_2 und eine Strecke AB bestimmter Länge größer als der Abstand von F_1 und F_2 . Lege einen Punkt C auf AB und übertrage mit dem Befehl „Zirkel“ den Abstand von A und C auf einen Kreis um F_1 (mit dem Radius AC). Auf analoge Weise erzeugst du einen Kreis um F_2 mit dem Radius CB . Schneide die beiden Kreise und die Schnittpunkte eine Spur zeichnen, wenn C bewegt wird.



b) Eine Hyperbel ist die Menge von Punkte, die von zwei festen Punkten F_1 und F_2 eine konstante Abstandsdifferenz haben. Konstruiere zwei Punkte F_1 und F_2 und eine Strecke BC bestimmter Länge. Lege eine Gerade durch B und C und lege einen Punkt A auf diese Gerade. Schlage mit Hilfe von „Zirkel“ wieder Kreise um F_1 und F_2 . Und zwar um F_1 mit dem Radius AC und um F_2 mit dem Radius AB . Schneide die beiden Kreise und lasse die Schnittpunkte eine Spur zeichnen, wenn A bewegt wird.



c) Eine Parabel ist die Menge von Punkten, die von einem festen Punkt F den selben Abstand haben wie von einer festen Geraden g . Konstruiere eine Gerade g und einen Punkt F außerhalb von g . Lege einen Punkt P auf g , konstruiere eine Senkrechte durch P auf g und schneide sie mit der Mittelsenkrechten von P und F . Begründe, warum dieser Schnittpunkt die gewünschte Abstandseigenschaft hat. Lasse ihn eine Spur zeichnen, wenn P bewegt wird.



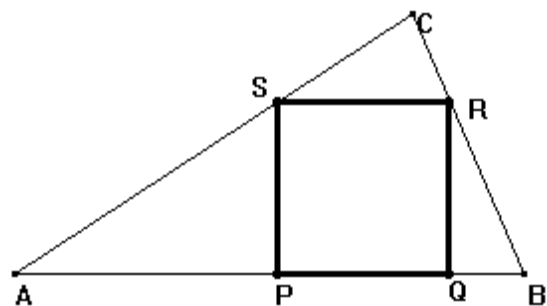
WEGGLASSEN VON BEDINGUNGEN

Viele Konstruktionsaufgaben haben genau eine Lösung, sind also für den Zugmodus starr. Lässt man aber geschickt eine der geforderten Bedingungen weg, so erhält man eine bewegliche Figur, aus der sich dann oft auch ein Konstruktionsansatz für die gesuchte besondere Figur ergibt.

Aufgabe 15:

In ein Dreieck ABC soll ein Quadrat $PQRS$ so einbeschrieben werden, dass die Ecken P und Q auf der Seite AB , R auf BC und S auf AC liegen. Die Winkel $\angle BAC$ und $\angle CBA$ sollen nicht größer als 90° sein.

Es soll nun die Bedingung „ R auf BC “ weggelassen werden. Dadurch wird das einbeschriebene Quadrat beweglich.



- Konstruiere ein Dreieck ABC , setze auf AB einen Punkt P , errichte die Senkrechte auf AB durch P und bestimme deren Schnittpunkt S mit AC . Konstruiere nun das Quadrat $PQRS$.
- Variiere das Quadrat durch Ziehen an P . Welche Ortslinie beschreibt dabei der Eckpunkt R ?
- Nutze diese Erkenntnis zur Konstruktion des gesuchten einbeschriebenen Quadrats aus.