

Serie 1

## Zur Wiederholung

### Aufgabe 1: Boolesche Algebra (25 %)

Die Axiome der Booleschen Algebra finden sich in Teil 1, Serie 5 (s. z.B. [www.informatik.uni-bremen.de/~agbs/lehre/ws9900/tei1-ws9900.html](http://www.informatik.uni-bremen.de/~agbs/lehre/ws9900/tei1-ws9900.html)). Weiter Gesetze sind

- **Absorptionsgesetze:**  $x \cdot (x + y) = x$  und  $x + (x \cdot y) = x$
- **Eindeutigkeit des Komplements:** Falls  $x \cdot y = 0$  und  $x + y = 1$ , dann ist  $x = \bar{y}$ .

Benutzen Sie die Axiome der Booleschen Algebra und diese Gesetze um die folgenden Aussagen zu beweisen.

Seien  $x, y, z \in \mathbf{B}$ . Dann gilt:

- a) Wenn  $y \cdot x = z \cdot x$  und  $y \cdot \bar{x} = z \cdot \bar{x}$  dann gilt  $y = z$
- b)  $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$  (eines der Assoziativgesetze)  
Hinweis: benutzen Sie eines der Absorptionsgesetze und a).
- c)  $\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$  (eine der de Morganschen Regeln)  
Hinweis: Benutzen Sie das Gesetz über die Eindeutigkeit des Komplements.

### Aufgabe 2: Boolesche Funktionen und Normalformen (25 %)

Die dreistellige Boolesche Funktion  $f : \mathbf{B}^3 \rightarrow \mathbf{B}$  sei definiert durch

$$f(x, y, z) = (x \wedge (\neg y \vee z)) \vee \neg z$$

- a) Stellen Sie zur Funktion  $f$  eine Funktionstafel auf.
- b) Geben Sie zu  $f$  die disjunktive Normalform an.
- c) Geben Sie zu  $f$  die konjunktive Normalform an.
- d) Geben Sie eine Darstellung der Funktion  $f$  an, die jeweils ausschliesslich
  - (1) die Funktion  $\Delta$  verwendet.
  - (2) die Funktion  $\nabla$  verwendet.(vgl. Serie 8, Teil1).

### Aufgabe 3: Karnaugh-Diagramme

(25 %)

Sei  $f : \mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}$  die Funktion, die genau dann 1 liefert wenn *mindestens* zwei ihrer Argumente 1 sind; sei  $g : \mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}$  die Funktion, die genau dann 1 liefert, wenn genau zwei ihrer Argumente 1 sind.

- Geben Sie die disjunktiven Normalformen der Funktionen  $f$  und  $g$  an.
- Minimieren Sie die Darstellung der Funktionen mit Hilfe von Karnaugh-Diagrammen.

### Aufgabe 4: Das Verfahren von Quine-McClusky

(25 %)

Die Funktion  $f : \mathbb{B}^4 \rightarrow \mathbb{B}$  sei durch ihre Wertetafel gegeben:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Bestimmen Sie mit Hilfe des Verfahrens von Quine-McClusky eine Darstellung von  $f$  mit drei Primimplikanten. Geben Sie ein Schaltbild für die vereinfachte Funktionsdarstellung an.

**Abgabe: Bis 28.4.00 in den Tutorien**