Theorie reaktiver Systeme

Zeitbehaftete Systeme

Divergenz

Diskrete Zeit

Kontinuierliche Zeit

Timed CSP

Divergenz

P ist divergent:

$$\exists \langle P_i \rangle_{i \in \mathbb{N}} . P = P_0 \wedge \forall\, i . P_i \xrightarrow{\tau} P_{i+1}$$

divergierende Berechnungen von P:

$$divergences(P) = \{ s\hat{\ }t \mid s \in \Sigma^* \wedge t \in (\Sigma \cup \{\surd\})^* \wedge \exists\, Q . P \overset{s}{\Rightarrow} Q \wedge Q \text{ ist divergent} \}$$

Failures/Divergences Semantik für CSP:

$$failures_\perp(P) = failures(P) \cup \{ (s, X) \mid s \in divergences(P) \}$$

$$[\![P]\!]_{\mathcal{FD}} = \{ (F, D) \mid F \in failures_\perp(P), D \in divergences(P) \}$$

CSP mit diskreter Zeit

Uhr mit Werten $t \in \mathbb{N}$

$$CLOCK = tock \rightarrow CLOCK$$

besondere Interpretation von $tock$ als Zeitschritt

$$P \setminus \{\Sigma - \{tock\}\} = CLOCK$$

Kontinuierliches Zeitmodell

Instantaneous events – Ereignisse haben Dauer 0.

Newtonian time – Globale Uhr

Real-time – reellwertige Zeitpunkte $t \in \mathbb{R}_0^+$

Maximal parallelism – alle Prozesse rechenbereit

Maximal progress

TCSP als Zustandsübergangssystem

Event transition $Q \xrightarrow{a} Q'$

Evolution transition $Q \overset{d}{\rightsquigarrow} Q',\ d > 0$

Eigenschaften von evolution transitions:

deterministisch: $\forall\, Q, Q', Q'', d.(Q \overset{d}{\rightsquigarrow} Q' \wedge Q \overset{d}{\rightsquigarrow} Q'') \Rightarrow Q' \equiv Q''$

additiv: $\forall\, Q, Q', Q'', d, d'.(Q \overset{d}{\rightsquigarrow} Q' \wedge Q' \overset{d'}{\rightsquigarrow} Q'') \Rightarrow Q \overset{d+d'}{\rightsquigarrow} Q''$

Interpolation: $\forall\, Q, Q'', d, d'.Q \overset{d+d'}{\rightsquigarrow} Q'' \Rightarrow$
$(\exists\, Q'.(Q \overset{d}{\rightsquigarrow} Q' \wedge Q' \overset{d'}{\rightsquigarrow} Q'')$

Transitionsregeln für TCSP

(DL)

$$\frac{}{\text{STOP} \overset{d}{\rightsquigarrow} \text{STOP}}$$

(T1)

$$\frac{}{\text{SKIP} \overset{d}{\rightsquigarrow} \text{SKIP}}$$

(PR1)

$$\frac{}{(a \longrightarrow P) \overset{d}{\rightsquigarrow} (a \longrightarrow P)}$$

Transitionsregeln für TCSP

(EC1)

$$\frac{P \overset{d}{\rightsquigarrow} P' \quad Q \overset{d}{\rightsquigarrow} Q'}{P \;\Box\; Q \overset{d}{\rightsquigarrow} P' \;\Box\; Q'}$$

(IP1)

$$\frac{P \overset{d}{\rightsquigarrow} P' \quad Q \overset{d}{\rightsquigarrow} Q'}{P \underset{\{A\}}{\|} Q \overset{d}{\rightsquigarrow} P' \underset{\{A\}}{\|} Q'}$$

Transitionsregeln für TCSP

(SC1)

$$\frac{P \overset{d}{\rightsquigarrow} P' \quad \neg(P \xrightarrow{\checkmark})}{P \; ; \; Q \overset{d}{\rightsquigarrow} P' \; ; \; Q}$$

Spracherweiterung: **Timeout**

(TO1)

$$\frac{P \overset{d'}{\rightsquigarrow} P'}{P \overset{d}{\rhd} Q \overset{d'}{\rightsquigarrow} P' \overset{d-d'}{\rhd} Q}$$

mit $[0 < d' \leq d]$.

(TO2)

$$\frac{P \xrightarrow{\mu} P'}{P \overset{d}{\rhd} Q \xrightarrow{\mu} P'} \quad [\,\mu \neq \tau\,]$$

(TO3)

$$\frac{P \xrightarrow{\tau} P'}{P \overset{d}{\rhd} Q \xrightarrow{\tau} P' \overset{d}{\rhd} Q}$$

(TO4)

$$\frac{}{P \overset{0}{\rhd} Q \xrightarrow{\tau} Q}$$

Abgeleiteter Konstrukt: **WAIT**

$$\text{WAIT } d = \text{STOP} \overset{d}{\rhd} \text{SKIP}$$

(D1)

$$\frac{}{\text{WAIT } u \overset{d}{\rightsquigarrow} \text{WAIT } (u - d)}$$

mit $d \leq u$

(D2)

$$\frac{}{\text{WAIT } 0 \xrightarrow{\tau} \text{SKIP}}$$