Theorie reaktiver Systeme

Timed CSP

Berechnungen

Timed Traces

Timed Automata

Timed CSP Berechnungen

Eine Berechnung (Ausführung, execution) von P ist eine Folge $e = \langle s_0, s_1, s_2, \ldots \rangle$ mit

$s_0 = P$

falls $2n \leqslant \#e$, so ist s_{2n} ein TCSP Prozess

falls $2n + 1 \leqslant \#e$, so ist $s_{2n+1} \in \Sigma \cup \{\checkmark, \tau\}$ oder $s_{2n+1} \in \mathbb{R}^+ \cup \infty$

falls $s_{2n+1} = e \in \Sigma \cup \{\checkmark, \tau\}$, so gilt $s_{2n} \xrightarrow{e} s_{2n+2}$

falls $s_{2n+1} = d \in \mathbb{R}^+$, so gilt $s_{2n} \overset{d}{\rightsquigarrow} s_{2n+2}$ und $s_{2n+3} \notin \mathbb{R}^+ \cup \infty$

falls $s_{2n+1} = \infty$, so gilt $s_{2n} \overset{\infty}{\rightsquigarrow}$ und $\#e = 2n + 2$

falls e endlich ist, so endet e entweder mit einem Prozess oder mit ∞.

Kuriositäten

Dauer einer Berechnung e: $duration(e) = \Sigma d_i, \exists j.d_i = s_{2j+1} \in \mathbb{R}^+ \cup \{\infty\}$.

$duration(e) \leqslant \infty$:

$TIMESTOP$
spin execution
Divergenz
Zeno execution

Timed Traces

Timed events $(t, a) \in \mathbb{R}^+ \times (\Sigma \cup \{\checkmark\})$

Timed trace Folge von *timed events*, so das die Zeitpunkte aufeinanderfolgender *timed events* nicht kleiner werden.

$$
\begin{aligned}
TT = \; & \{s \in \mathbb{R}^+ \times (\Sigma \cup \{\checkmark\})^* \mid \forall\, t_1, t_2 \in \mathbb{R}^+, a_1, a_2 \in (\Sigma \cup \{\checkmark\}) : \\
& \;\; \langle (t1, a1), (t2, a2) \rangle \preceq s \Rightarrow t_1 \le t2 \wedge a_1 \neq \checkmark\} \\
& \cup \\
& \{s \in \mathbb{R}^+ \times (\Sigma \cup \{\checkmark\})^\omega \mid \forall\, t_1, t_2 \in \mathbb{R}^+, a_1, a_2 \in (\Sigma \cup \{\checkmark\}) : \\
& \;\; \langle (t1, a1), (t2, a2) \rangle \preceq s \Rightarrow t_1 \le t2 \\
& \;\; \wedge \forall\, t \in \mathbb{R}^+. \exists\, t_1 > t, a_1 \in \Sigma.(t_1, a_1) \textbf{ in } s\}
\end{aligned}
$$

Timed Automata

Ein Timed Automata ist ein Tupel $TA = (\Sigma, Q, q_0, X, I, T)$ mit

Σ – endliches Alphabet

Q – (endliche) Zustandsmenge

$q_0 \in Q$ – Anfangszustand

X – (endliche) Menge von Uhren

I – Abbildung $Q \mapsto \mathcal{B}[X]$

$T \subseteq Q \times \mathcal{B}[X] \times \Sigma \times \mathcal{P}(X) \times Q$ – Transitionen.

$\mathcal{B}[X]$ *clock constraints* der Form

$$C ::= x \leq c \mid c \leq x \mid \neg C \mid C_1 \wedge C_2$$

- Diskrete Übergänge
- Zeitschritte, Delays, Δt Übergänge.