

# Theorie reaktiver Systeme

Timed CSP

Berechnungen

Timed Traces

Timed Automata

Korrigierte Fassung 7.02.2008

## Timed CSP

Spracherweiterung:  $P \stackrel{d}{\triangleright} Q$

abgeleiteter Konstrukt:  $\text{WAIT } d = \text{STOP} \stackrel{d}{\triangleright} \text{SKIP}$

Semantik: Transitionssystem mit zwei Transitionstypen:

Event transition  $Q \xrightarrow{a} Q'$

Evolution transition  $Q \xrightarrow{\sim}^d Q', d > 0$

## Timed CSP Berechnungen

Eine **Berechnung** (Ausführung, execution) von  $P$  ist eine Folge  $e = \langle s_0, s_1, s_2, \dots \rangle$  mit

$$s_0 = P$$

falls  $2n \leq \#e$ , so ist  $s_{2n}$  ein TCSP Prozess

falls  $2n + 1 \leq \#e$ , so ist  $s_{2n+1} \in \Sigma \cup \{\checkmark, \tau\}$  oder  $s_{2n+1} \in \mathbb{R}^+ \cup \infty$

falls  $s_{2n+1} = e \in \Sigma \cup \{\checkmark, \tau\}$ , so gilt  $s_{2n} \xrightarrow{e} s_{2n+2}$

falls  $s_{2n+1} = d \in \mathbb{R}^+$ , so gilt  $s_{2n} \xrightarrow{d} s_{2n+2}$  und  $s_{2n+3} \notin \mathbb{R}^+ \cup \infty$

falls  $s_{2n+1} = \infty$ , so gilt  $s_{2n} \xrightarrow{\infty}$  und  $\#e = 2n + 2$

falls  $e$  endlich ist, so endet  $e$  entweder mit einem Prozess oder mit  $\infty$ .

## Kuriositäten

Dauer einer Berechnung  $e$ :  $duration(e) = \sum d_i, \exists j. d_j = s_{2j+1} \in \mathbb{R}^+ \cup \{\infty\}$ .

$duration(e) \leq \infty$ :

*TIMESTOP*

spin execution

Divergenz

Zeno execution

# Timed Traces

**Timed events**  $(t, a) \in \mathbb{R}^+ \times (\Sigma \cup \{\checkmark\})$

**Timed trace** Folge von *timed events*, so das die Zeitpunkte aufeinanderfolgender *timed events* nicht kleiner werden.

$$\begin{aligned} \mathcal{TT} = & \{s \in (\mathbb{R}^+ \times (\Sigma \cup \{\checkmark\}))^* \mid \forall t_1, t_2 \in \mathbb{R}^+, a_1, a_2 \in (\Sigma \cup \{\checkmark\}) : \\ & \langle (t_1, a_1), (t_2, a_2) \rangle \text{ in } s \Rightarrow t_1 \leq t_2 \wedge a_1 \neq \checkmark\} \\ & \cup \\ & \{s \in (\mathbb{R}^+ \times (\Sigma \cup \{\checkmark\}))^\omega \mid \forall t_1, t_2 \in \mathbb{R}^+, a_1, a_2 \in (\Sigma \cup \{\checkmark\}) : \\ & \langle (t_1, a_1), (t_2, a_2) \rangle \text{ in } s \Rightarrow t_1 \leq t_2 \\ & \wedge \forall t \in \mathbb{R}^+. \exists t_1 > t, a_1 \in \Sigma. \langle (t_1, a_1) \rangle \text{ in } s\} \end{aligned}$$

$$(t \text{ in } s \Leftrightarrow \exists s_1, s_2. s = s_1 \hat{\ } t \hat{\ } s_2)$$

## Timed Automata

Ein **Timed Automata** ist ein Tupel  $TA = (\Sigma, Q, q_0, X, I, T)$  mit

$\Sigma$  – endliches Alphabet

$Q$  – (endliche) Zustandsmenge

$q_0 \in Q$  – Anfangszustand

$X$  – (endliche) Menge von Uhren

$I$  – Abbildung  $Q \mapsto \mathcal{B}[X]$

$T \subseteq Q \times \mathcal{B}[X] \times \Sigma \times \mathcal{P}(X) \times Q$  – Transitionen.

$\mathcal{B}[X]$  *clock constraints* der Form

$$C ::= x \leq c \mid c \leq x \mid \neg C \mid C_1 \wedge C_2$$

- Diskrete Übergänge
- Zeitschritte, Delays,  $\Delta t$  Übergänge.

Weitere Themen zur Theorie reaktiver Systeme ausserhalb dieser Veranstaltung:

- Eigenschaften von reaktiven Systemen: Deadlocks, Fairness, Liveness...
- zustandsbasierte Spezifikationsformalismen
- Büchi-Automaten und Temporallogiken
- Modellprüfungsverfahren, Kripke-Strukturen
- Hybride Systeme