

Theorie reaktiver Systeme

Thema:
Bisimilarität

Äquivalenz von CSP - Prozessen?

Gesucht: geeignetes Kriterium für Äquivalenz

- Syntaktische Identität der Transitionssysteme
- Isomorphie
- Bisimilarität
- ...

Bisimulation über CSP-Prozesse

Eine Relation $\varrho \subseteq CSP \times CSP$ heisst **(starke) Bisimulation** wenn gilt:

Falls $P \varrho Q$ (also $(P, Q) \in \varrho$), dann gilt:

1. Für alle $e \in \alpha(P)$:

Wenn $P \xrightarrow{e} P'$, dann existiert Q' , so dass $Q \xrightarrow{e} Q'$ und es gilt $P' \varrho Q'$.

2. Für alle $e \in \alpha(Q)$:

Wenn $Q \xrightarrow{e} Q'$, dann existiert P' , so dass $P \xrightarrow{e} P'$ und es gilt $P' \varrho Q'$.

Im Folgenden bezeichnet "Bisimulation" immer eine starke Bisimulation.

Sei ϱ eine Relation. Die inverse Relation ϱ^{-1} ist definiert als

$$\varrho^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in \varrho\}$$

Seien ϱ_1 und ϱ_2 Relationen. Die Komposition von ϱ_1 und ϱ_2 ist definiert als:

$$\varrho_1 \circ \varrho_2 = \{(x, z) \mid \exists y. (x, y) \in \varrho_1 \text{ and } (y, z) \in \varrho_2\}$$

ϱ , ϱ_1 und ϱ_2 seien Bisimulationen.

- $\emptyset$ ist eine Bisimulation.
- Id ist eine Bisimulation.
- ϱ^{-1} ist eine Bisimulation.
- $\varrho_1 \circ \varrho_2$ ist eine Bisimulation.
- $\varrho_1 \cup \varrho_2$ ist eine Bisimulation.

Definition Zwei CSP-Prozesse P und Q sind **äquivalent bezüglich Bisimulation** oder **bisimilar**, falls $(P, Q) \in \varrho$ ist und ϱ eine Bisimulation ist. Notation: $P \sim_{BS} Q$.

$$\sim_{BS} = \bigcup \{ \varrho \mid \varrho \text{ ist Bisimulation} \}$$

- $\sim_{BS}$ ist Äquivalenzrelation.
- $\sim_{BS}$ ist die grösste Bisimulation.

- Wenn ϱ eine Bisimulation ist und $P \varrho Q$ gilt, so gilt auch $P \sim_{BS} Q$.

Beispiele:

$$a \rightarrow P \sim_{BS} a \rightarrow (a \rightarrow P)$$

$$P \sqcap (Q \sqcap R) \sim_{BS} (P \sqcap Q) \sqcap R$$

$$(a \rightarrow P) \parallel (b \rightarrow Q) \sim_{BS}$$

$$(a \rightarrow (P \parallel (b \rightarrow Q))) \sqcap (b \rightarrow ((a \rightarrow P) \parallel Q))$$

Vorgehensweise zum Beweis $P \sim_{BS} Q$:

1. Definiere Relation ϱ .
2. Zeige: ϱ ist Bisimulationsrelation für P und Q .
3. Wegen $\varrho \subseteq \sim_{BS}$ folgt dann $P \sim_{BS} Q$.

Für endliche LTS P und Q ist entscheidbar, ob $P \sim_{BS} Q$.

```
Partition := {S};  
Splitter := Label  $\times$  Partition;  
while (Splitter  $\neq \emptyset$ )  
    choose  $(a, C_{spl}) \in \text{Splitter};$   
    forall  $C \in \text{Partition}$   
        split( $C, a, C_{spl}, \text{Partition}, \text{Splitter}$ );  
    Splitter := Splitter -  $(a, C_{spl});$ 
```

procedure *split*($C, a, C_{spl}, \text{Partition}, \text{Splitter}$)

$C^+ := \{P \mid P \in C \wedge \exists Q. (P \xrightarrow{a} Q \wedge Q \in C_{spl})\};$

if ($C^+ \neq C \wedge C^+ \neq \emptyset$)

$C^- := C - C^+;$

$\text{Partition} := \text{Partition} \cup \{C^+, C^-\} - \{C\};$

$\text{Splitter} := \text{Splitter} \cup (\text{Label} \times \{C^+, C^-\}) - \text{Label} \times \{C\};$