

Theorie reaktiver Systeme

must - Tests
Test-Äquivalenz
und Bisimilarität

Traces

P führt mit s nach P' , $P \xRightarrow{s} P'$:

- $P \xRightarrow{\langle \rangle} P$
- $P \xRightarrow{\langle \rangle} Q$, falls $P \xrightarrow{\tau} Q$
- $P \xRightarrow{\langle e \rangle} Q$, falls $P \xrightarrow{e} Q$
- $P \xRightarrow{s \frown t} R$, falls $P \xRightarrow{s} Q \wedge Q \xRightarrow{t} R$.

$$\text{trace}(P) = \{s \in (\Sigma \cup \{\checkmark\})^* \mid \exists Q. P \xRightarrow{s} Q\}$$

Der *Quotient* des Prozesses P nach Ausführung von s ist

$$P/s = \{P' \in CSP \mid P \xRightarrow{s} P'\}.$$

Sei $\mathcal{T}$ eine Menge von Traces.

$$\text{first}(\mathcal{T}) = \{a \mid \exists tr. \langle a \rangle \frown tr \in \mathcal{T}\}.$$

Sei P ein Prozess.

$$\text{first}(P) = \{a \mid \exists Q. P \xrightarrow{a} Q\}$$

Charakterisierung von must

Wenn P must U , dann

$$\forall s \in \text{trace}(P \parallel_{\Sigma} U). \exists n \in \mathbb{N}. (\#s = n \Rightarrow \text{first}((P \parallel_{\Sigma} U)/s) = \{\omega\})$$

In jedem Trace der Testausführung ist das ω - Event an einer Stelle erzwungen.

Satz: $P \sim_{BS} Q \implies P \sim_{TE} Q$

Beweis: Sei $P \sim_{BS} Q$, $P \underline{must} U$. Zu zeigen: $Q \underline{must} U$

Sei $s \in trace(P \parallel_{\Sigma} U)$ o.B.d.A. maximal. Dann kommt ω in s vor, etwa als

$s = \langle e_1, e_2, \dots, e_n, \omega, e_{n+1} \dots \rangle$ mit $first((P \parallel_{\Sigma} U) / \langle e_1, e_2, \dots, e_n \rangle) = \{\omega\}$.

Da ω nur in U vorkommt, gilt $first(U / \langle e_1, e_2, \dots, e_n \rangle) \supseteq \{\omega\}$ und

$first(P / \langle e_1, e_2, \dots, e_n \rangle) \cap first(U / \langle e_1, e_2, \dots, e_n \rangle) = \emptyset$. Wegen $P \sim_{BS} Q$ gilt auch $first(P / \langle e_1, e_2, \dots, e_n \rangle) = first(Q / \langle e_1, e_2, \dots, e_n \rangle)$.

Also auch $first(Q / \langle e_1, e_2, \dots, e_n \rangle) \cap first(U / \langle e_1, e_2, \dots, e_n \rangle) = \emptyset$ und somit

$first((Q \parallel_{\Sigma} U) / \langle e_1, e_2, \dots, e_n \rangle) = \{\omega\}$. $s \in trace(Q \parallel_{\Sigma} U)$ und $Q \underline{must} U$ □

Satz:

$$P \sim_{BS} Q \implies P \sim_{TE} Q$$

Satz:

$$\text{Für alle } P, Q \in CSP: a \rightarrow P \sqcap a \rightarrow Q \sim_{TE} a \rightarrow (P \sqcap Q)$$

Folgerung:

$$P \sim_{TE} Q \not\Rightarrow P \sim_{BS} Q$$