Übungen zu Vorlesung
Technische Informatik I
Wintersemester 99/00

AG BS
Bettina Buth
Oliver Meyer

Serie 5

Boolesche Algebren

Aufgabe 1: Gesetze in Booleschen Algebren (50%)

Seien $x, y, z \in \mathcal{B}$. Die Axiome der Booleschen Algebra $\mathcal{B}$ sind

(1)	$x + y = y + x$	(2)	$x \cdot y = y \cdot x$
(3)	$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$	(4)	$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$
(5)	$x + 0 = x$	(6)	$x \cdot 1 = x$
(7)	$x \cdot \bar{x} = 0$	(8)	$x + \bar{x} = 1$
(9)	$0 \neq 1$		

Beweisen Sie unter ausschließlicher Verwendung dieser Axiome die nachfolgenden Gesetze:

1. Gesetze der **Idempotenz**: Für jedes $x \in \mathcal{B}$ gelten

$$x + x = x \qquad x \cdot x = x$$

2. **Absorptionsgesetze**: Für alle $x, y \in \mathcal{B}$ gelten

$$x \cdot (x + y) = x \qquad x + (x \cdot y) = x$$

Aufgabe 2: Rechnen in Booleschen Algebren (50%)

Sei die Operation $\sim$ wie folgt definiert:

$$x \sim y =_{Def} x \cdot \bar{y}$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

a) $x + y = x + (y \sim x)$

b) $x \cdot y = x \sim (x \sim y)$

c) $x \cdot (y \sim z) = (x \cdot y) \sim (x \cdot z)$

d) $x + (y \sim z) = (x + y) \sim (x + z)$

Abgabe: Am 7./9. Dezember 1999 in den Tutorien