Dr. Rüdiger Ebendt
ebendt@tzi.de
MZH 3530

9. Übungsblatt zur Vorlesung

# Optimierung von graphenbasierten Funktionsdarstellungen

**Aufgabe 1**

Sei $v$ ein BDD-Knoten. Mit $f_v$ sei die durch $v$ repräsentierte Boolesche Funktion bezeichnet, weiter ist $f_1$ ($f_0$) der positive (negative) Kofaktor von $f_v$ in $x_i$. Kofaktor $f_1$ ($f_0$) werde durch den Knoten $v_1$ ($v_0$) bezeichnet. Ferner bezeichne $f_{11}$ ($f_{10}$) den positiven (negativen) Kofaktor von $f_1$ in $x_{i+1}$. Analog sind $f_{01}$ und $f_{00}$ die entsprechenden Kofaktoren von $f_0$. Kofaktor $f_{ab}$ werde durch den Knoten $v_{ab}$ repräsentiert ($ab \in \{11, 10, 01, 00\}$). In der Vorlesung wurde die Operation einer Variablenvertauschung besprochen („swap"). Dabei wurde das den Knoten $v$ repräsentierende Tupel $\mathbf{alt} = (x_i, v_1, v_0)$ durch das neue Tupel $\mathbf{neu} = (x_{i+1}, (x_i, v_{11}, v_{01}), (x_i, v_{10}, v_{00}))$ überschrieben.

Zeige durch Anwendung der Shannon-Dekomposition und der Regeln für Boolesche Algebren formal, dass diese Transformation *funktionserhaltend* ist, d.h. dass das Tupel **neu** gerade die durch $v$ repräsentierte Funktion $f_v$ darstellt.

**Aufgabe 2**

Sei $f\colon\ \mathbf{B}^n \to \mathbf{B}^m$ eine Boolesche multi-output Funktion. Sei $I \subseteq X_n$, $\pi \in \Pi(I)$ und $F := \mathrm{BDD}(f, \pi)$. Weiter werden die in der Vorlesung eingeführten Notationen verwendet, insbesondere bezeichne $r\_upper$ die Anzahl der Ausgabeknoten in den Ebenen $1, \ldots, |I|$ von $F$.

Beweise:

Es gilt $|\mathrm{ref}(F, |I|)| - r\_upper \leq \left| F^1_{|I|} \right|$.

**Aufgabe 3**

Es gelten dieselben Voraussetzungen wie in Aufgabe 2. Beweise:

Es gilt $|\mathrm{ref}(F, |I|)| - r\_upper \leq min\_cost_I$.