

2. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik und Ontologiesprachen“

Aufgabe 5: 10 Punkte

Beweise oder widerlege:

- (a) $\forall r. \perp \sqsubseteq \forall r. A$
- (b) $\exists r. C$ ist äquivalent zu $\neg \forall r. \neg C$;
- (c) Für $\mathcal{T} = \{A \equiv \neg A \sqcup \exists r. C\}$ gilt: $\mathcal{T} \models \top \sqsubseteq \exists r. C$;
- (d) Für $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \exists r. A, \neg A \sqsubseteq \exists s. B, \top \sqsubseteq \forall r. B \sqcap \forall s. A, A \sqcap B \sqsubseteq \perp\}$ gilt: $X \sqsubseteq \exists r. X$

Aufgabe 6: 8 Punkte

Beweise die offenen Punkte von Lemma 2.8: für alle generellen TBoxen \mathcal{T} und \mathcal{ALC} -Konzepte C, D gilt:

- (a) $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$ gdw. $\mathcal{T} \models C \equiv C \sqcap D$;
- (b) $\mathcal{T} \models C \equiv D$ gdw. $\neg(C \leftrightarrow D)$ unerfüllbar bzgl. \mathcal{T}

Aufgabe 7: 9 Punkte

Betrachte das folgende Konzept und die folgende TBox:

$$\begin{aligned} C &:= \text{Vater} \sqcap \neg \text{Mensch} \\ \mathcal{T} &:= \{ \text{Mann} \sqsubseteq \neg \text{Frau}, \\ &\quad \text{Mensch} \equiv \text{Mann} \sqcup \text{Frau} \\ &\quad \text{Vater} \equiv \text{Mann} \sqcap \exists \text{hatKind.Mensch} \} \end{aligned}$$

- (a) Wandle \mathcal{T} in eine definatorische TBox wie in Lemma 2.11, nenne das Resultat \mathcal{T}' ;
- (b) Expandiere \mathcal{T}' , nenne das Resultat \mathcal{T}'' ;
- (c) Expandiere alle Konzeptnamen in C bzgl. \mathcal{T}'' wie im Beweis von Theorem 2.9.

Aufgabe 8: 4 Punkte

Verwende die Übersetzung aus der Vorlesung, um das Konzept C und die TBox \mathcal{T} aus Aufgabe 7 in die Logik erster Stufe zu übersetzen.

Aufgabe 9: 10 Punkte (Zusatzaufgabe)

- (a) Zeige, dass Lemma 2.15 nicht für azyklische (anstatt für definatorische) TBoxen gilt;
- (b) Beweise, dass jede azyklische TBox ein Modell hat.

Hinweis: Um (b) zu beweisen, arbeite primitiven Interpretation.