

Graphentheorie

Übungsblatt 1

Abgabe: 19.04.10 vor der Vorlesung

Besprechung: 21.04.10

1. (25% = 10% + 15%) Für $n \geq 1$ sei X_n die Menge aller Teilmengen von $\{1, \dots, n\}$. Sei G_n der Graph mit der Knotenmenge X_n , für den zwei Knoten A und B durch eine Kante verbunden sind genau dann, wenn $A \cap B = \emptyset$ gilt.

- Zeichnen Sie den Graphen G_3 .
- Wieviele Knoten und wieviele Kanten hat der Graph G_n ?

2. (25%) Sei G ein beliebiger (ungerichteter) Graph. Zeigen Sie, dass G oder \overline{G} zusammenhängend ist.

3. (25%) Zeigen Sie, dass ein Graph $G = (V, E)$ genau dann ein Cograph ist, wenn für je zwei Knoten $x, y \in V$, die in derselben Zusammenhangskomponente von G liegen, ein Weg der Länge höchstens zwei existiert, der x und y verbindet.

Hinweis: Sie dürfen die Charakterisierung von Cographen aus der Vorlesung verwenden.

4. (25%) Sei $G = (V, E)$ ein (ungerichteter) Graph mit $V \neq \emptyset$. Für einen Knoten x sei $d(x) = |\{y \in V \mid (x, y) \in E\}|$ der Grad des Knoten x , d.h. die Anzahl der Knoten mit denen x durch eine Kante verbunden ist. Weiter sei $\delta = \min\{d(x) \mid x \in V\}$. Zeigen Sie, dass dann $P_{\delta+1}$ ein Teilgraph von G ist.