AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

MZH 3090
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

4. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

Aufgabe 17: 20%

Verwende den Tableau Algorithmus für $\mathcal{ALC}$ aus der Vorlesung, um die Erfüllbarkeit der folgenden Konzepte zu entscheiden:

(a) $C_0 = \exists r.A \sqcap \exists r.B \sqcap \forall r.\exists r.A \sqcap \forall r.\forall r.\neg B$;

(b) $C_0 = \neg((\forall r.\neg A) \sqcup (\exists r.B)) \sqcap \forall r.\neg(A \sqcap \neg B)$.

Gib an, welche Regeln in welcher Reihenfolge worauf angewendet werden.

Aufgabe 18: 20%

Vervollständige den Beweis von Proposition 4.11 aus der Vorlesung durch Erweiterung auf die Fälle der $\sqcap$-Regel und der $\forall$-Regel. Orientiere Dich dabei an den in der Vorlesung behandelten Fällen.

Aufgabe 19: 20%

Du hast einen vollen Semesterplan und es gibt viel zu erledigen. Alle Aufgaben sind in Deinem Organizer gespeichert, zusammen mit einer (ganzzahligen) Priorität zwischen 1 (niedrig) und 100 (hoch). Du arbeitest an einer Aufgabe nach der anderen, strikt in der Reihenfolge Ihrer Priorität. Während Du eine Aufgabe bearbeitest kann es sein, dass eine Reihe von Teilaufgaben zu bearbeiten sind. In diesem Fall löschst Du die momentane Aufgabe aus dem Organizer und ersetzt sie durch die Teilaufgaben. Jede davon hat strikt kleinere Priorität als die ursprüngliche Aufgabe.

Verwende eine Multimengenordnung um zu beweisen, dass Du schlussendlich alle Aufgaben erledigen wirst.

Aufgabe 20: 20%

Verwende den Tableau Algorithmus für $\mathcal{ALC}$ mit generellen TBoxen aus der Vorlesung, um Erfüllbarkeit der folgenden Konzepte C_0 bzgl. TBoxen $\mathcal{T}$ zu entscheiden:

(a) $C_0 = A$, $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r.(\exists r.A) \sqcap (\forall r.A') \sqcap (\neg A \sqcup \neg A')\}$;

(b) $C_0 = A \sqcap B' \sqcap \forall r.(B \sqcap \forall r.B')$, $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r.A \sqcap \exists s.A\}$.

Im Falle von Erfüllbarkeit, gib das Modell aus dem Beweis von Proposition 4.15 an.

Aufgabe 21: 20%

Betrachte die folgende Erweiterung des Tableau-Algorithmus aus der Vorlesung (ohne TBoxen) auf die Beschreibungslogik $\mathcal{ALCQ}$:

1. zusätzliche $\geq$-Regel:
   - wähle $v \in V$ und $(\geq n\, r\, C) \in \mathcal{L}(v)$, so dass es $< n$ Knoten $v' \in V$ gibt mit $(v, r, v') \in E$ und $C \in \mathcal{L}(v')$;
   - erweitere V um Knoten $v_1, \ldots, v_n$ und E um $(v, r, v_1), \ldots, (v, r, v_n)$, setze $\mathcal{L}(v_i) = \{C\}$ für $1 \leq i \leq n$.
2. zusätzliche Art von „offensichtlichem Widerspruch“:
   - es gibt Knoten $v, v_1, \ldots, v_{n+1}$ so dass $(\leq n\, r\, C) \in \mathcal{L}(v)$, $(v, r, v_i) \in E$ und $C \in \mathcal{L}(v_i)$ für $1 \leq i \leq n$.

Zeige, dass der skizzierte Algorithmus auf den folgenden Eingabekonzepten ein falsches Ergebnis liefert:

(a) $C_0 = (\geq 2\, r\, A \sqcap B) \sqcap (\geq 2\, r\, A \sqcap B') \sqcap (\leq 3\, r\, A)$

(b) $C_0 = (\geq 3\, r\, A) \sqcap (\leq 1\, r\, B) \sqcap (\leq 1\, r\, \neg B)$