Prof. Carsten Lutz/Dr. Stefan Göller Sommersemester 2011

Theoretische Informatik 2

Ungewertete Aufgaben, Blatt 3

Besprechung: In Ihrer Übung in KW 20

---

1. Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

a) Die entscheidbaren Sprachen sind unter Durchschnitt abgeschlossen.

b) Die entscheidbaren Sprachen sind unter Konkatenation abgeschlossen.

c) Jede endliche Sprache ist entscheidbar.

d) Die Sprache $L = \{w\}$ ist entscheidbar, wobei

$$w = \begin{cases} 0 & \text{falls Werder Bremen 2012 deutscher Meister wird,} \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

2. Sei $m \geq 1$. Geben Sie eine deterministische Turingmaschine an, die (eine geeignete Kodierung von) $\mathbb{N}^m$ aufzählt.

3. Mit P_m sei die Menge aller Polynome $p(x_1, \ldots, x_m)$ mit Koeffizienten aus $\mathbb{Z}$ gegeben, z.B. $-3x_1x_2 + 8x_1x_2^7x_3^5 \in \mathsf{P}_3$. Zeigen Sie, dass

$$Z = \{p(x_1, \ldots, x_m) \in \mathsf{P_m} \mid m \geq 1, \exists \mathbf{n} \in \mathbb{N}^m : p(\mathbf{n}) = 0\}$$

partiell entscheidbar ist.

4. Für eine partielle Funktion $f : (\Sigma^*)^n \to \Sigma^*$ definieren wir $\mathrm{dom}(f) = \{(x_1, \ldots, x_n) \in (\Sigma^*)^n \mid \exists y \in \Sigma^* : f(x_1, \ldots, x_n) = y\}$. Desweiteren sei

$$\mathsf{G}(f) = \{(x_1, \ldots, x_n, x_{n+1}) \mid (x_1, \ldots, x_n) \in \mathrm{dom}(f), f(x_1, \ldots, x_n) = x_{n+1}\}.$$

Zeigen Sie: Die partielle Funktion f ist berechenbar genau dann, wenn $\mathsf{G}(f)$ rekursiv aufzählbar ist.