Prof. Carsten Lutz/Dr. Stefan Göller/Dr. Thomas Schneider SS 2011

Theoretische Informatik 2

Ungewertete Aufgaben, Blatt 5

Besprechung: KW 24

---

1. Für eine Menge X bezeichne $2^X = \{Y \mid Y \subseteq X\}$ die *Potenzmenge* von X. Zeigen Sie, dass es für keine Menge X eine surjektive Funktion $f : X \to 2^X$ existiert.

Hinweis: Verwenden Sie das Prinzip der Diagonalisierung: Führen Sie einen Widerspruchsbeweis und betrachten sie jene $x \in X$ für die $x \notin f(x)$ gilt.

2. Sind die folgenden Sprachen entscheidbar? Geben Sie kurze Begründungen an. Sie dürfen bei Unentscheidbarkeit den Satz von Rice anwenden.

a) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A}$ ist DTM über $\{a,b\}$ und $\mathcal{A}$ akzeptiert ε nach maximal 5 Schritten$\}$

b) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A})w \mid \mathcal{A}$ ist DTM über $\{a,b\}$ und $\mathcal{A}$ akzeptiert $w \in \{a,b\}^*$ nach maximal $|w|$ Schritten$\}$

c) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A}$ ist DTM über $\{a,b\}$ und $\mathcal{A}$ akzeptiert mindestens ein $w \in \{a,b\}^*$ nach maximal 5 Schritten$\}$

d) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A}$ ist DTM über $\{a,b\}$ und es gibt ein $w \in L(\mathcal{A})$ mit $|w| \leq 5\}$

3. Zeigen Sie Sie, dass folgende Sprachen unentscheidbar sind, indem Sie jeweils Reduktionen von bereits als unentscheidbar nachgewiesenen Sprachen angeben:

a) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A}$ ist DTM über $\{a,b\}$ und $L(\mathcal{A}) = \{a,b\}^*\}$

b) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A}$ ist DTM über $\{a,b\}$ und $L(\mathcal{A}) = \{abba\}\}$

c) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A}$ ist DTM und $L(\mathcal{A})$ ist regulär$\}$.

4. Zeigen Sie, dass eine Sprache L existiert, so dass weder L noch $\overline{L}$ partiell entscheidbar ist.

Hinweis: Wählen Sie $L = L_1 \cdot L_2$, wobei L_1 und L_2 geeignete Sprachen sind.