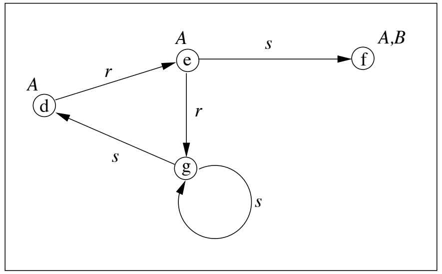
AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

Cartesium 2.59
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

1. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

Aufgabe 1: 20%

Betrachte die folgende Interpretation $\mathcal{I}$ mit $\Delta^{\mathcal{I}} = \{d, e, f, g\}$:



Bestimme die Extensionen $C^{\mathcal{I}}$ der folgenden $\mathcal{ALC}$-Konzepte C:

(a) $\exists r.\exists s.\exists s.\neg A$

(b) $\forall s.A$

(c) $\forall s.A \sqcup \forall s.\neg A$

(d) $\exists r.\bot$

(e) $\exists s.(A \sqcap \forall s.\neg B) \sqcap \neg\forall r.\exists r.(A \sqcup \neg A)$

Aufgabe 2: 20%

Betrachte folgende Paare von Konzepten C, D. Für welche Paare gilt $C \sqsubseteq D$ (also: C wird subsumiert von D)? Begründe Deine Antwort, indem Du im positiven Fall die Semantik verwendest und im negativen Fall ein Gegenbeispiel angibst.

(a)	$\forall r.A \sqcap \forall r.B$	$\forall r.(A \sqcap B)$	(b)	$\exists r.A \sqcap \exists r.B$	$\exists r.(A \sqcap B)$
(c)	$\forall r.(A \sqcup B)$	$\forall r.A \sqcup \forall r.B$	(d)	$\exists r.(A \sqcup B)$	$\exists r.A \sqcup \exists r.B$

Aufgabe 3: 20%

Welche der folgenden Konzeptinklusionen bzw. Konzeptdefinitionen sind in der Interpretation $\mathcal{I}$ aus Aufgabe 1 erfüllt, welche nicht:

(a) $A \sqsubseteq \forall r.A$

(b) $A \equiv B \sqcup \exists r.\top$

(c) $\top \sqsubseteq A \sqcup \exists s.A$

(d) $\bot \sqsubseteq \top$

(e) $\exists s.\top \sqsubseteq \exists s.\exists s.\top$

Welche der Inklusionen/definitionen kann (für sich genommen) in einer azyklischen TBox verwendet werden, welche nicht?

Aufgabe 4: 20%

Betrachte folgende Paare von Konzepteninklusionen α, β. Für welche Paare gilt

$(*)$ alle Interpretationen $\mathcal{I}$, die α erfüllen, erfüllen auch β

und für welche nicht? Begründe Deine Antwort, indem Du im positiven Fall die Semantik verwendest und im negativen Fall ein Gegenbeispiel angibst.

(a)	$A \sqsubseteq B$	$\exists r.A \sqsubseteq \exists r.B$	(b)	$\exists r.A \sqsubseteq \exists r.B$	$A \sqsubseteq B$
(c)	$\top \sqsubseteq \exists r.\top \sqcap \exists s.\top$	$\top \sqsubseteq \exists r.\exists s.\top$	(d)	$\top \sqsubseteq \exists r.\exists s.\top$	$\top \sqsubseteq \exists r.\top \sqcap \exists s.\top$

Aufgabe 5: 20%

Konstruiere eine azyklische TBox zum Thema Politik. Verwende Konzeptnamen wie Politiker, Wähler, Wahl und Bundestag und Rollennamen wie wählt und nimmtTeilAn. Verwende sowohl Konzeptdefinitionen als auch primitive Konzeptinklusionen.

Erweitere danach die azyklische TBox durch Hinzufügen einiger Konzeptinklusionen zu einer generellen TBox.

Aufgabe 6: 20% (Zusatzaufgabe)

Zur Erinnerung: eine *aussagenlogische Formel* ist aus Aussagenvariablen VAR $= \{x_1, x_2, \dots\}$ und den Junktoren $\neg, \wedge, \vee$ aufgebaut. Eine *Belegung* ist eine Abbildung $V : \text{VAR} \to \{0, 1\}$ von Aussagenvariablen auf Wahrheitswerte. V ist ein *Modell* einer Formel

- x_i wenn $V(x_i) = 1$;
- $\neg\varphi$ wenn V nicht φ erfüllt;
- $\varphi \wedge \psi$ wenn V sowohl φ als auch ψ erfüllt;
- $\varphi \vee \psi$ wenn V mindestens eine der Formeln φ, ψ erfüllt.

φ ist eine *Konsequenz* von ψ (geschrieben $\varphi \models \psi$) wenn jedes Modell von φ auch ein Modell von ψ ist.

In dieser Aufgabe geht es um den Zusammenhang von Aussagenlogik und $\mathcal{ALC}$. Für eine aussagenlogische Formel φ sei φ' die Übersetzung nach $\mathcal{ALC}$, die man erhält, indem man

- jede Aussagenvariable x_i durch einen Konzeptnamen A_i austauscht;
- $\wedge$ durch $\sqcap$ austauscht;
- $\vee$ durch $\sqcup$ austauscht.

Beweise, dass für alle aussagenlogischen Formeln φ, ψ gilt:

(a) φ hat ein Modell gdw. φ' ein Modell hat.

(b) $\varphi \models \psi$ gdw. $\varphi'^{\mathcal{I}} \subseteq \psi'^{\mathcal{I}}$ für alle Interpretationen $\mathcal{I}$.

Übersetze dazu Belegungen V in Interpretationen $\mathcal{I}$ und umgekehrt.