Struktur Vorlesung

- Kapitel 1: Einleitung
- Kapitel 2: Grundlagen
- Kapitel 3: Ausdrucksstärke und Modellkonstruktionen
- Kapitel 4: Tableau Algorithmen
- Kapitel 5: Komplexität
- Kapitel 6: ABoxen und Anfragebeantwortung
- Kapitel 7: Effiziente Beschreibungslogiken

Kapitel 2

Grundlagen

Die Beschreibungslogik $\mathcal{ALC}$

ALC

Es gibt viele verschiedene Beschreibungslogiken:

- viele mögliche Kompromisse bzgl. Ausdrucksstärke vs. Komplexität des Schlussfolgerns
- verschiedene Anwendungen haben unterschiedliche Anforderungen

Hier zunächst $\mathcal{ALC}$:

- die einfachste BL mit allen Boolschen Konstruktoren
- eingeführt 1991 von Schmidt-Schauß und Smolka
- steht für *Attributive (Concept) Language with Complement*

ALC

Wir fixieren von nun an

- eine abzählbar unendliche Menge von Konzeptnamen
  Diese bezeichnen Klassen / unäre Prädikate
  z.B. Person, Kurs, Universität, Tafel, Student, etc.

- eine abzählbar unendliche Menge von Rollennamen
  Diese bezeichnen Relationen / binäre Prädikate
  z.B. hört, lehrt, istTeilVon, etc.

Wir nehmen die beiden Mengen als disjunkt an und

unterscheiden Konzept- und Rollennamen über Gross- / Kleinschreibung.

ALC

Konzepte dienen der Beschreibung einer Klasse von Objekten, sind zusammengesetzt aus

- Konzeptnamen
- Rollennamen
- Konzeptkonstruktoren
- (manchmal auch Rollenkonstruktoren)

Es gibt viele verschiedene Konstruktoren

Versch. Konstruktormengen ergeben versch. Beschreibungslogiken

ALC Syntax

Definition 2.1 ($\mathcal{ALC}$-Konzepte).
Die Menge der $\mathcal{ALC}$-*Konzepte* ist induktiv definiert:

- Jeder Konzeptname ist $\mathcal{ALC}$-Konzept
- Wenn C, D $\mathcal{ALC}$-Konzepte, so auch
  - $\neg C$ (Negation)
  - $C \sqcap D$ (Konjunktion)
  - $C \sqcup D$ (Disjunktion)
- Wenn C $\mathcal{ALC}$-Konzept und r Rollenname, so sind
  - $\exists r.C$ (Existenzrestriktion)
  - $\forall r.C$ (Werterestriktion)

$\mathcal{ALC}$-Konzepte. T2.1

ALC Syntax

Verwendete Symbole:

- A, B für Konzeptnamen
- C, D für zusammengesetzte Konzepte
- r, s für Rollennamen

Zwei nützliche Abkürzungen: wir schreiben

- $\top$ für $A \sqcup \neg A$ (Top Konzept)
- $\bot$ für $A \sqcap \neg A$ (Bottom Konzept)

wobei A ein beliebiger Konzeptname ist.

ALC Syntax

Präzedenzregel:

- $\neg$, $\exists$, $\forall$ binden stärker als $\sqcap$ und $\sqcup$

Also zum Beispiel:

$\forall r.(\exists r.A \sqcap B)$ steht für $\forall r.((\exists r.A) \sqcap B)$

und nicht für $\forall r.(\exists r.(A \sqcap B))$

Keine Präzedenz zwischen $\sqcap$ und $\sqcup$: Klammern verwenden!

ALC Semantik

Definition 2.2 ($\mathcal{ALC}$ Semantik).
Eine *Interpretation* $\mathcal{I}$ ist Paar $(\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ mit

- $\Delta^{\mathcal{I}}$ nicht-leere Menge (*Domäne*)
- $\cdot^{\mathcal{I}}$ *Interpretationsfunktion* bildet ab:
  - jeden Konzeptnamen A auf Menge $A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$
  - jeden Rollennamen r auf Relation $r^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$

T2.2

Abbildung $\cdot^{\mathcal{I}}$ wird induktiv auf zusammengesetzte Konzepte erweitert:

- $(\neg C)^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}$,
- $(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$, $(C \sqcup D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$,
- $(\exists r.C)^{\mathcal{I}} = \{d \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid$ es gibt $e \in \Delta^{\mathcal{I}}$ mit $(d,e) \in r^{\mathcal{I}}$ und $e \in C^{\mathcal{I}}\}$,
- $(\forall r.C)^{\mathcal{I}} = \{d \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid$ für alle $e \in \Delta^{\mathcal{I}}$, $(d,e) \in r^{\mathcal{I}}$ impliziert $e \in C^{\mathcal{I}}\}$

T2.2 cont.

ALC Semantik

Verwendete Symbole:

- $\mathcal{I}, \mathcal{J}$ für Interpretationen
- d, e für Elemente der Domäne

Für Interpretationen verwenden wir übliche Terminologie für Graphen:

- e ist r-*Nachfolger* von d (in $\mathcal{I}$) wenn $(d, e) \in r^{\mathcal{I}}$;
- e ist r-*Vorgänger* von d (in $\mathcal{I}$) wenn $(e, d) \in r^{\mathcal{I}}$;
- wenn r unwichtig, sprechen wir nur von *Nachfolgern* / *Vorgängern*;
- $\mathcal{I}$ is *endlich* gdw. $\Delta^{\mathcal{I}}$ endlich ist.

Extension/ Modell

Wir nennen

- $C^{\mathcal{I}}$ die *Extension* des Konzeptes C;
- jedes $d \in C^{\mathcal{I}}$ eine *Instanz* des Konzeptes C;
- $r^{\mathcal{I}}$ die *Extension* der Rolle r.

Beachte:

- $\top^{\mathcal{I}}$ ist für jede Interpretation $\mathcal{I}$ identisch mit $\Delta^{\mathcal{I}}$
  $\top$ repräsentiert also immer die Menge *aller* Elemente

  Mensch $\sqcap \exists$hatKind.$\top$ — Menschen, die ein nicht näher spezifiziertes Kind haben

- $\bot^{\mathcal{I}}$ ist für jede Interpretation $\mathcal{I}$ leer
  Intuitiv repräsentiert $\bot$, dass etwas unmöglich ist, z.B.:

  Mensch $\sqcap \forall$hatKind.$\bot$ — Menschen, die keine Kinder haben

T2.3

Erfüllbarkeit, Subsumption, Äquivalenz

Folgende Begriffe aus der Aussagenlogik spielen auch für $\mathcal{ALC}$ eine Rolle:

Definition 2.3 (Erfüllbar, subsumiert, äquivalent)
Seien C und D $\mathcal{ALC}$-Konzepte. Dann

- ist C *erfüllbar* wenn es Interpretation $\mathcal{I}$ gibt mit $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$
  wir nennen $\mathcal{I}$ dann ein *Modell* von C;
- wird C *von* D *subsumiert* wenn $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ in allen
  Interpretationen $\mathcal{I}$ (Notation $C \sqsubseteq D$)
- sind C und D *äquivalent* wenn $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ in allen
  Interpretationen $\mathcal{I}$ (Notation $C \equiv D$).

T2.4

In der Aussagenlogik sagt man "D folgt aus C" statt "D subsumiert C"

Erfüllbarkeit, Subsumption, Äquivalenz

Die üblichen aussagenlogischen Äquivalenzen gelten auch in $\mathcal{ALC}$, z.B.:

$\neg(C \sqcap D) \equiv \neg C \sqcup \neg D$		de Morgansches Gesetz
$\neg(C \sqcup D) \equiv \neg C \sqcap \neg D$		de Morgansches Gesetz
$C \sqcap D \equiv D \sqcap C$		Kommutativität von Konjunktion
$C \sqcup D \equiv D \sqcup C$		und Disjunktion
$C \sqcap (D \sqcap E) \equiv (C \sqcap D) \sqcap E$		Assoziativität von Konjunktion
$C \sqcup (D \sqcup E) \equiv (C \sqcup D) \sqcup E$		und Disjunktion
$C \sqcap \top \equiv C$		Neutrales Element Konjunktion
$C \sqcup \bot \equiv C$		Neutrales Element Disjunktion

Zusammenhang zur Aussagenlogik

Intuitiv erweitert $\mathcal{ALC}$ die Aussagenlogik Quantoren, d.h. um Ausdrücke der Form $\exists r.C$ und $\forall r.C$.

Rein formal ist das so natürlich nicht richtig, denn sowohl Syntax als auch Semantik der beiden Sprachen sind streng genommen unvergleichbar:

- Syntax: Aussagenlogik hat Variablen, $\mathcal{ALC}$ hat Konzept- und Rollennamen
- Semantik: Aussagenlogik basiert auf Wahrheitswertezuweisungen, $\mathcal{ALC}$ auf Interpretationen (also relationalen Strukturen)

Genauer gesagt:
Aussagenlogik entspricht genau $\mathcal{ALC}$ ohne Quantoren und Rollennamen und mit Interpretationen mit nur einem Element.

T2.5

Kapitel 2

Grundlagen

TBoxen

TBoxen

Zur Erinnerung:

TBoxen (terminologische Boxen)

- definieren Konzepte
- setzen diese zueinander in Beziehung

Konzeptdefinition z.B.

$$\text{Student} \equiv \text{Mensch} \sqcap \exists \text{hört}.\text{Vorlesung}$$

Allgemeines Hintergrundwissen / Constraint z.B.

$$\text{Student} \sqcap \text{Vorlesungssaal} \sqsubseteq \bot$$

TBoxen - Syntax und Semantik

Definition 2.4 (TBox—Syntax)

Konzeptinklusion ist Ausdruck $C \sqsubseteq D$, mit C, D Konzepten.

TBox ist endliche Menge von Konzeptinklusionen.

Wir verwenden $C \equiv D$ als Abkürzung für $C \sqsubseteq D$, $D \sqsubseteq C$. T2.6

Konzeptinklusion $C \sqsubseteq D$ wird gelesen als "C impliziert D".

Definition 2.5 (TBox—Semantik)

Interpretation $\mathcal{I}$

- *erfüllt* Konzeptinklusion $C \sqsubseteq D$ gdw. $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$;
- ist *Modell* von TBox $\mathcal{T}$ gdw. $\mathcal{I}$ alle Konzeptinklusionen in $\mathcal{T}$ erfüllt.

Beachte: $\mathcal{I}$ erfüllt $C \equiv D$ gdw. $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ T2.6 cont

TBoxen - Semantik

Beachte: in einer konkreten Interpretation $\mathcal{I}$ werden

- Konzepte als Mengen von Elementen interpretiert
- TBoxen entweder erfüllt oder nicht erfüllt,
  ihnen wird also ein Wahrheitswert zugewiesen.

Intuitiv entspricht jede Interpretation einer möglichen Welt.

Manche dieser Welten möchten wir ausschließen, weil wir sie eben grade nicht für möglich halten.

Genau dazu dienen TBoxen:
jede Konzeptinklusion "eliminiert" unerwünschte Interpretationen.

TBoxen - Modellierung

In der Praxis bestehen TBoxen zu einem großen Teil aus

- Konzeptinklusionen $A \sqsubseteq C$, wobei A ein Konzept*name* ist

  Intuitiv ist C *notwendige Bedingung* dafür, eine Instanz von A zu sein

  Zum Beispiel in SNOMED:

  $$\mathsf{Perikardium} \sqsubseteq \mathsf{Gewebe} \sqcap \exists \mathsf{teilVon}.\mathsf{Herz}$$

- Konzeptdefinitionen $A \equiv C$, wobei A ein Konzept*name* ist

  Intuitiv ist C *notwendige und hinreichende Bedingung* dafür, eine Instanz von A zu sein

  Zum Beispiel in SNOMED:

  $$\mathsf{Perikarditis} \equiv \mathsf{Entzündung} \sqcap \exists \mathsf{ort}.\mathsf{Perikardium}$$

Hinreichende Bedingungen lassen sich für viele Konzepte nicht leicht finden.

TBoxen - Modellierung

Modellierungsmuster, die nicht in dieses Schema passen z.B.:

- Disjunktheitsconstraints $\boldsymbol{C} \sqcap \boldsymbol{D} \sqsubseteq \bot$

  Kein Objekt kann sowohl zu Konzept $\boldsymbol{C}$ als auch zu Konzept $\boldsymbol{D}$ gehören

  Zum Beispiel in SNOMED:

  $$\text{Befund} \sqcap \text{Körperstruktur} \sqsubseteq \bot$$

- Komplexe Zusammenhänge zwischen mehreren Konzepten

  Zum Beispiel:

  $$\text{Professor} \sqcap \exists \text{hat.Lehrdeputat} \sqsubseteq \exists \text{hält.Vorlesung}$$

Erfüllbarkeit, Subsumtion

Wir erweitern unsere grundlegenden Begriffe auf TBoxen:

Definition 2.6 (Erfüllbar, subsumiert, äquivalent bezüglich einer TBox)
Seien C, D $\mathcal{ALC}$-Konzepte und $\mathcal{T}$ TBox. Dann

- ist C *erfüllbar bzgl.* $\mathcal{T}$ gdw. $\mathcal{T}$ Modell $\mathcal{I}$ hat mit $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$
- wird C *von* D *subsumiert bzgl.* $\mathcal{T}$ gdw $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ in allen Modellen $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$ (Notation $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$)
- sind C und D *äquivalent bzgl.* $\mathcal{T}$ gdw $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ in allen Modellen $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$ (Notation $\mathcal{T} \models C \equiv D$).

T2.7

Kleine Übung für Zwischendurch

Aufgabe 1

$$\mathcal{T} = \{ \quad A \sqsubseteq \exists r.B \sqcap \exists s.B, \quad \exists r.B \sqsubseteq \forall r.A \quad \}$$

Ist das Konzept A erfüllbar bzgl. der TBox $\mathcal{T}$?

Aufgabe 2

$$\mathcal{T} = \{ \exists r.\top \sqsubseteq A_1, \quad \forall r.B \sqsubseteq A_2 \}$$

Gilt $\mathcal{T} \models \top \sqsubseteq A_1 \sqcup A_2$?

Erfüllbarkeit zeigen: Modell angeben.

Unerfüllbarkeit zeigen: semantisch argumentieren.

Subsumtion zeigen: semantisch argumentieren.

Nicht-Subsumtion zeigen: Gegenmodell angeben.

Monotonie

Das Erweitern einer TBox um zusätzliche Konzeptinklusionen wirkt sich wie folgt auf Erfüllbarkeit und Subsumption aus:

Lemma 2.7 Seien $\mathcal{T}_1$ und $\mathcal{T}_2$ TBoxen mit $\mathcal{T}_1 \subseteq \mathcal{T}_2$. Dann gilt:

1. Wenn C erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}_2$, dann ist C erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}_1$;
2. Wenn $\mathcal{T}_1 \models C \sqsubseteq D$, dann $\mathcal{T}_2 \models C \sqsubseteq D$.

Die umgekehrten Aussagen sind im allgemeinen nicht richtig. T2.8

Eine Logik, die diese Eigenschaften erfüllt, nennt man *monoton*
(das Hinzunehmen von Formeln kann nur zu *zusätzlichen* Konsequenzen, führen, aber nicht dazu, dass Konsequenzen ungültig werden)

Grundlagen

Schlussfolgerungsprobleme

Schlussfolgerungsprobleme

Zur Erinnerung: Schlussfolgern…

- ist der wichtigste Bestandteil eines intelligenten Systems
- dient dazu, aus explizit gegebenem Wissen neues Wissen abzuleiten, das vorher nur implizit vorhanden war

Wichtigstes Designkriterium für Beschreibungslogiken:

So viel Ausdrucksstärke wie nötig, aber nicht mehr, um möglichst effizientes Schlussfolgern zu erlauben.

Schlussfolgerungsprobleme

Erfüllbarkeitsproblem:

gegeben C und $\mathcal{T}$, entscheide ob C erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$;

Subsumtionsproblem:

gegeben C, D und $\mathcal{T}$, entscheide ob $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$;

Äquivalenzproblem:

gegeben C, D und $\mathcal{T}$, entscheide ob $\mathcal{T} \models C \equiv D$;

Diese Entscheidungsprobleme kann man auch mit leerer TBox $\mathcal{T} = \emptyset$ betrachten.

Motivation

Anwendung:

- Modellierungsfehler finden:
  unerfüllbare Konzepte im allgemeinen unerwünscht;
- die Struktur der TBox explizit machen, z.B. für Browsing:
  Subsumption (= Is-A Relation) haupt-Stukturierungsmittel für TBoxen
  $C \sqsubseteq D$ kann gelesen werden als "D ist genereller als C"
- Redundanzen finden:
  zwei äquivalente Konzepte sind u.U. unerwünscht.

Subsumtion als Ordnungsrelation

Lemma 2.8
Seit $\mathcal{T}$ TBox mit mind. einem Modell. Die Relation "$\sqsubseteq$ bzgl. $\mathcal{T}$" auf der Menge aller $\mathcal{ALC}$-Konzepte ist

- reflexiv ($\mathcal{T} \models C \sqsubseteq C$),
- transitiv ($\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$ und $\mathcal{T} \models D \sqsubseteq E$ impliziert $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq E$),

Bis auf fehlende Antisymmetrie ist $\sqsubseteq$ also partielle Ordnung.

Man kann $\sqsubseteq$ als Hasse-Diagram darstellen, dessen Knoten mit Mengen von Konzepten beschriftet sind.

Normalerweise Einschränkung auf die in $\mathcal{T}$ verwendeten Konzeptnamen

T2.9

Klassifikation

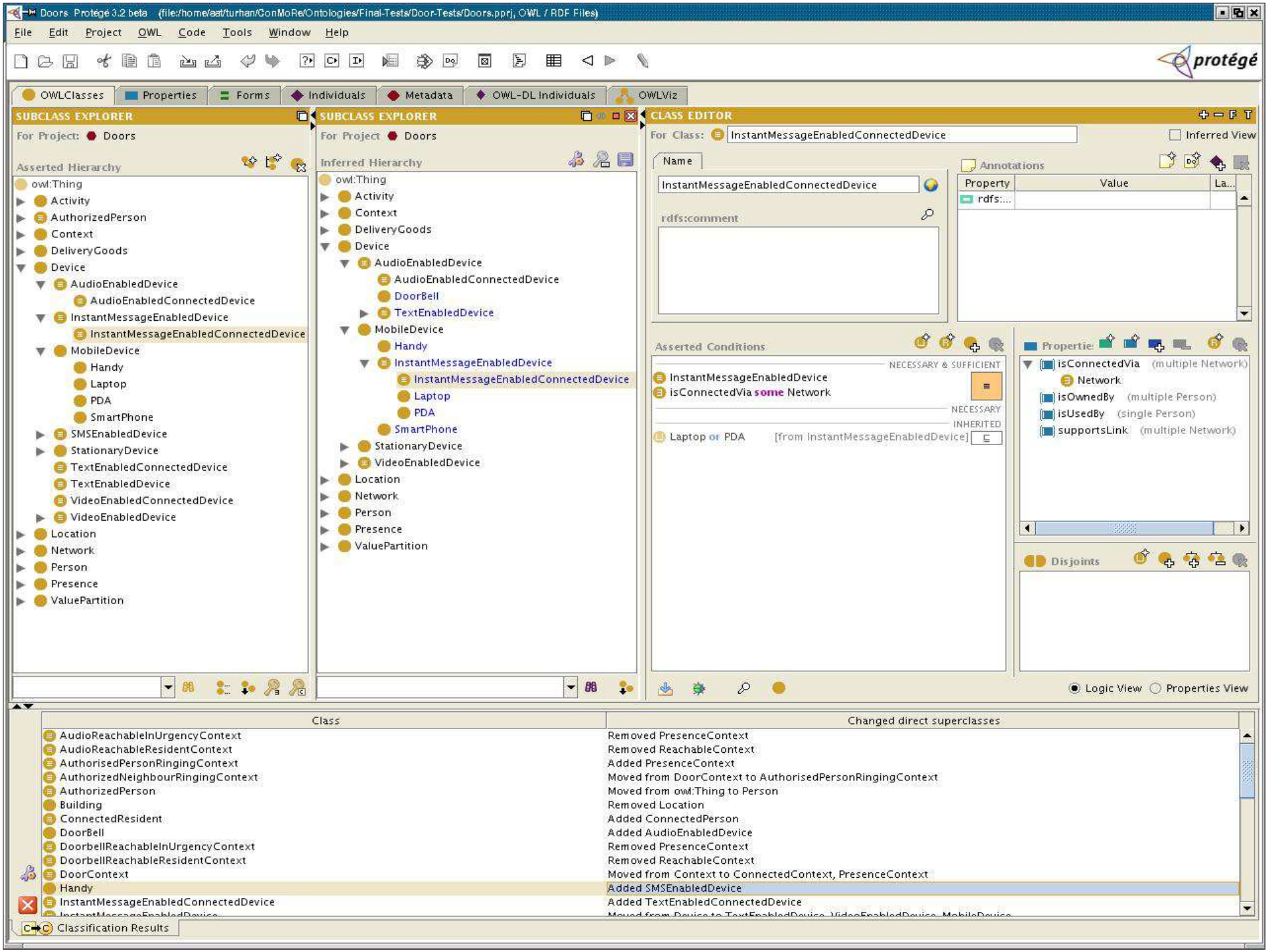
Ein weiteres Schlussfolgerungsproblem:

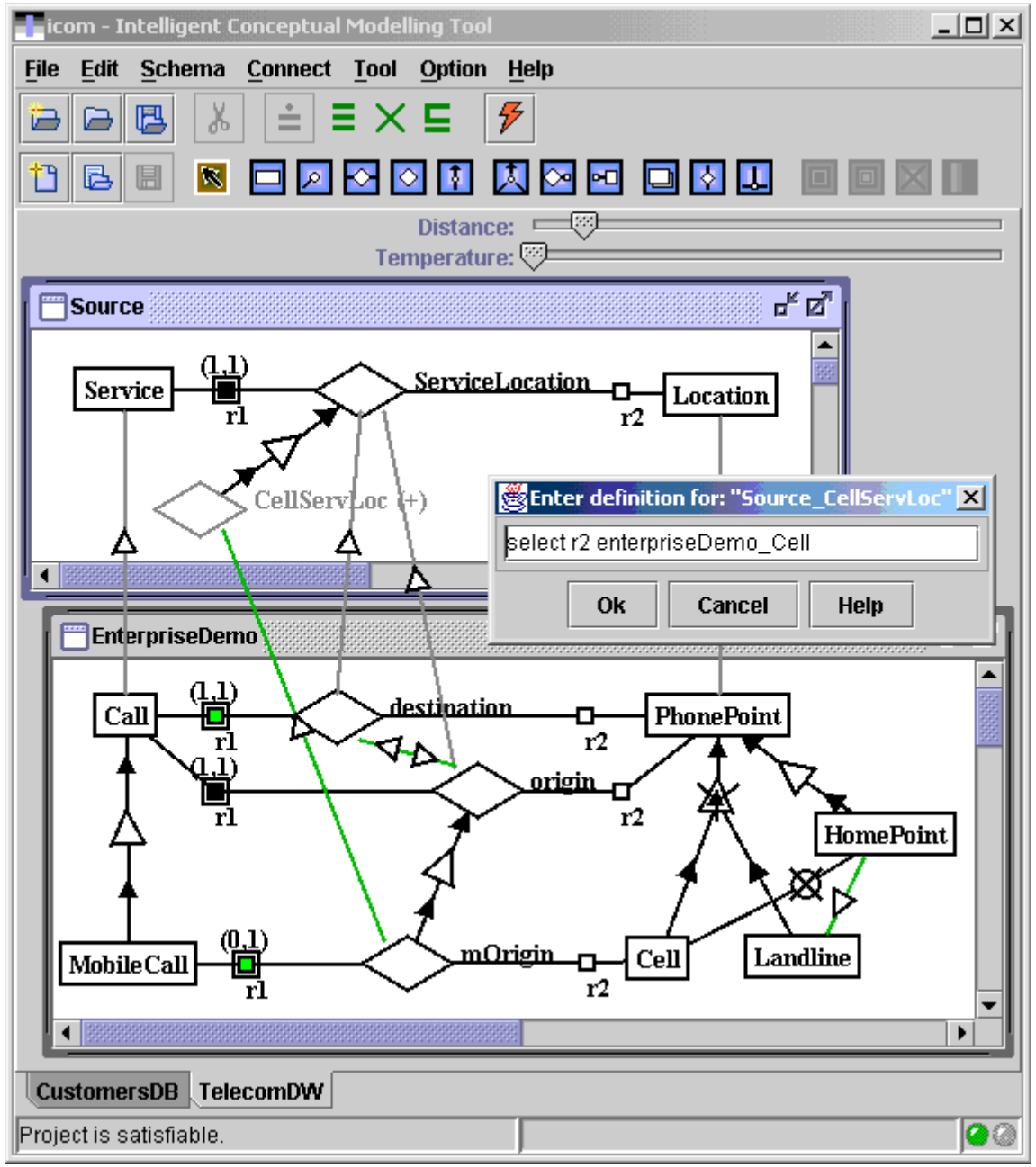
- *Klassifikation*: gegeben $\mathcal{T}$, berechne das Hasse-Diagramm für $\sqsubseteq$ bzgl. $\mathcal{T}$, eingeschränkt auf Konzeptnamen in $\mathcal{T}$.

Berechnungsproblem, kein Entscheidungsproblem.

In der Praxis:

- berechenbar durch n^2 Subsumtionsberechnungen;
- zahlreiche Optimierungen verfügbar.


Doors Protégé 3.2 beta (file:/home/aat/turhan/ConMoRe/Ontologies/Final-Tests/Door-Tests/Doors.pprj, OWL / RDF Files)
File Edit Project OWL Code Tools Window Help
protégé
OWLClasses Properties Forms Individuals Metadata OWL-DL Individuals OWLViz
SUBCLASS EXPLORER
For Project: Doors
Asserted Hierarchy
owl:Thing
Activity
AuthorizedPerson
Context
DeliveryGoods
Device
AudioEnabledDevice
AudioEnabledConnectedDevice
InstantMessageEnabledDevice
InstantMessageEnabledConnectedDevice
MobileDevice
Handy
Laptop
PDA
SmartPhone
SMSEnabledDevice
StationaryDevice
TextEnabledConnectedDevice
TextEnabledDevice
VideoEnabledConnectedDevice
VideoEnabledDevice
Location
Network
Person
Presence
ValuePartition
SUBCLASS EXPLORER
For Project Doors
Inferred Hierarchy
owl:Thing
Activity
Context
DeliveryGoods
Device
AudioEnabledDevice
AudioEnabledConnectedDevice
DoorBell
TextEnabledDevice
MobileDevice
Handy
InstantMessageEnabledDevice
InstantMessageEnabledConnectedDevice
Laptop
PDA
SmartPhone
StationaryDevice
VideoEnabledDevice
Location
Network
Person
Presence
ValuePartition
CLASS EDITOR
For Class: InstantMessageEnabledConnectedDevice
Inferred View
Name
InstantMessageEnabledConnectedDevice
rdfs:comment
Annotations
Property
Value
rdfs:...
Asserted Conditions
NECESSARY & SUFFICIENT
InstantMessageEnabledDevice
isConnectedVia some Network
NECESSARY
INHERITED
Laptop or PDA
[from InstantMessageEnabledDevice]
Properties
isConnectedVia (multiple Network)
Network
isOwnedBy (multiple Person)
isUsedBy (single Person)
supportsLink (multiple Network)
Disjoints
Logic View
Properties View
Class
Changed direct superclasses
AudioReachableInUrgencyContext
Removed PresenceContext
AudioReachableResidentContext
Removed ReachableContext
AuthorisedPersonRingingContext
Added PresenceContext
AuthorizedNeighbourRingingContext
Moved from DoorContext to AuthorisedPersonRingingContext
AuthorizedPerson
Moved from owl:Thing to Person
Building
Removed Location
ConnectedResident
Added ConnectedPerson
DoorBell
Added AudioEnabledDevice
DoorbellReachableInUrgencyContext
Removed PresenceContext
DoorbellReachableResidentContext
Removed ReachableContext
DoorContext
Moved from Context to ConnectedContext, PresenceContext
Handy
Added SMSEnabledDevice
InstantMessageEnabledConnectedDevice
Added TextEnabledConnectedDevice
Classification Results


icom - Intelligent Conceptual Modelling Tool
File Edit Schema Connect Tool Option Help
Distance:
Temperature:
Source
Service
(1,1)
r1
ServiceLocation
r2
Location
CellServLoc (+)
Enter definition for: "Source_CellServLoc"
select r2 enterpriseDemo_Cell
Ok
Cancel
Help
EnterpriseDemo
Call
(1,1)
r1
destination
r2
PhonePoint
(1,1)
r1
origin
r2
HomePoint
MobileCall
(0,1)
r1
mOrigin
r2
Cell
Landline
CustomersDB
TelecomDW
Project is satisfiable.

Reduktionen

Erfüllbarkeit, Subsumtion, Äquivalenz wechselseitig polynomiell reduzierbar:

Lemma 2.9.

1. Subsumption polynomiell reduzierbar auf (Un)erfüllbarkeit:
   $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$ gdw. $C \sqcap \neg D$ unerfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$
2. Erfüllbarkeit polynomiell reduzierbar auf (Nicht-)Äquivalenz:
   C erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$ gdw. $\mathcal{T} \not\models C \equiv \bot$
3. Äquivalenz polynomiell reduzierbar auf Subsumption:
   $\mathcal{T} \models C \equiv D$ gdw. $\mathcal{T} \models \top \sqsubseteq (C \sqcap D) \sqcup (\neg C \sqcap \neg D)$ T2.10

Algorithmus für eines der Probleme kann also auch für die beiden anderen verwendet werden; alle drei Probleme haben dieselbe Komplexität (in $\mathcal{ALC}$)

Im folgenden konzentrieren wir uns meist auf Erfüllbarkeit

Kapitel 2

Grundlagen

Erweiterungen von $\mathcal{ALC}$

Erweiterungen von ALC

Wir betrachten exemplarisch zwei Erweiterungen von $\mathcal{ALC}$:

- $\mathcal{ALCI}$: $\mathcal{ALC}$ mit inversen Rollen (Rollenkonstruktor)
- $\mathcal{ALCQ}$: $\mathcal{ALC}$ mit Zahlenrestriktionen (Konzeptkonstruktor)

Beide Erweiterungen sind in OWL realisiert.

Namenschema:

- ein Buchstabe pro Erweiterung
- kann kombiniert werden, z.B. $\mathcal{ALCQI}$

Inverse Rollen

Häufig möchte man über Rollen "in beiden Richtungen" reden:

- SNOMED: hatTeil / istTeilVon (z.B. in der Anatomie)
- Universitätsbeispiel: hört / wirdGehörtVon ,
  gibt / wirdGegebenVon

Verwendet man diese Rollen einfach als Namen in $\mathcal{ALC}$,
gibt es unintuitive Konsequenzen.

T2.11

Inverse Rollen

Definition 2.10. (Inverse Rollen)
Für jeden Rollennamen r ist r^- die *inverse Rolle* zu r. Wir definieren

$$(r^-)^{\mathcal{I}} = \{(e, d) \mid (d, e) \in r^{\mathcal{I}}\}.$$

$\mathcal{ALCI}$: $\mathcal{ALC}$ erweitert um die Möglichkeit, inverse Rollen in Existenz- und Werterestriktionen zu benutzen.

T2.11 cont.

Zahlenrestriktionen

Häufig möchte man Rollennachfolger "zählen" können:

- SNOMED: Eine Hand ist ein Organ mit fünf Teilen, die ein Finger sind.
- Universitätsbeispiel: in jedem Semester werden mindestens 2 Wahlpflichtmodule angeboten

Wir werden sehen:
In $\mathcal{ALC}$ ist zählen nicht ohne weiteres möglich

Zahlenrestriktionen

Definition 2.11. (Zahlenrestriktion)
Für jede natürliche Zahl n, jeden Rollennamen r und jedes Konzept C:

- $(\leqslant n\ r\ C)$ (Höchstens-Restriktion);
- $(\geqslant n\ r\ C)$ (Mindestens-Restriktion);

Die Semantik ist

- $(\leqslant n\ r\ C)^{\mathcal{I}} = \{d \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \#\{e \mid (d,e) \in r^{\mathcal{I}} \wedge e \in C^{\mathcal{I}}\} \leq n\}$
- $(\geqslant n\ r\ C)^{\mathcal{I}} = \{d \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \#\{e \mid (d,e) \in r^{\mathcal{I}} \wedge e \in C^{\mathcal{I}}\} \geq n\}$

Beachte:

T2.12

- $\exists r.C$ ist äquivalent zu $(\geqslant 1\ r\ C)$
- $\forall r.C$ ist äquivalent zu $(\leqslant 0\ r\ \neg C)$

$\mathcal{ALCQ}$: $\mathcal{ALC}$ erweitert mit Zahlenrestriktionen.

Weitere Erweiterungen

Es gibt noch viel mehr Erweiterungen:

- Spezielle Rolleninterpretationen (transitiv, symmetrisch, reflexiv, etc)
- Konzepte, die nur eine einzige Instanz haben koennen (Nominale)
- Inklusionen zwischen Rollen oder Rollenketten
- Numerische Werte
- Fixpunktoperatoren
- temporale Operatoren
- ...

Viele davon sind in OWL realisiert.