

## Theoretische Informatik 2

### Gewertete Aufgaben, Blatt 2

Abgabe: Bis 27.04.2015, 12 Uhr ins Postfach Ihrer Tutorin/Ihres Tutors

Besprechung: KW 18

---

1. (25%) Gegeben sei die Turingmaschine  $\mathcal{A}_?$  =  $(\{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, \{q_2\})$  durch  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $\Gamma = \{0, 1, \beta\}$  und

$$\Delta = \{ (q_0, 0, 0, r, q_0), (q_0, \beta, \beta, r, q_0), (q_0, 1, 0, r, q_1), (q_1, \beta, 0, \ell, q_0), (q_1, 0, 0, \ell, q_0), (q_1, 1, 1, r, q_2) \}.$$

Geben Sie die Berechnung von  $\mathcal{A}_?$  auf Eingabe 010 an. Welche Sprache erkennt die Turingmaschine?

2. (25%) Geben Sie eine Turingmaschine  $\mathcal{A}_{\text{sub}}$  in graphischer Notation an, die die Funktion

$$f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \text{ mit } f(m, n) = \begin{cases} \text{undefiniert} & \text{falls } m < n \\ m - n & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle  $m, n \in \mathbb{N}$  berechnet. Benutzen Sie die unäre Kodierung für natürliche Zahlen aus der Vorlesung. Erklären Sie die Vorgehensweise Ihrer Turingmaschine.

3. (25%) Für ein Wort  $w = a_1 \cdots a_n$  über  $\Sigma = \{0, 1\}$  bezeichne  $w^R = a_n \cdots a_1$  das *Spiegelwort* von  $w$ . Sei  $\text{PAL} = \{w \in \Sigma^* \mid w = w^R\}$  die Menge aller *Palindrome*.

Geben Sie eine Turingmaschine  $\mathcal{A}$  mit  $L(\mathcal{A}) = \text{PAL}$  in graphischer Notation an. Erklären Sie die Vorgehensweise Ihrer Turingmaschine.

4. (25%) Eine Turingmaschine  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, F)$  heißt *rechtsberechnend*, falls

$$\Delta \subseteq Q \times \Gamma \times \Gamma \times \{r\} \times Q,$$

d.h.  $\mathcal{A}$  muss ihren Schreib-Lesekopf nach rechts bewegen. Eine Sprache  $L$  heißt *rechtsberechenbar*, falls  $L = L(\mathcal{A})$  für eine rechtsberechnende Turingmaschine  $\mathcal{A}$ .

Zeigen Sie, dass für jede Sprache  $L$  die folgenden beiden Aussagen äquivalent sind:

- Die Sprache  $L$  ist rechtsberechenbar.
- Die Sprache  $L$  ist regulär.

*Hinweise:* Zeigen Sie für die Richtung b)  $\Rightarrow$  a), dass es zu jedem DEA  $\mathcal{B}$  eine rechtsberechnende Turingmaschine  $\mathcal{A}$  gibt mit  $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{B})$ .

Geben Sie für die Richtung a)  $\Rightarrow$  b) für eine rechtsberechnende Turingmaschine  $\mathcal{A}$  einen  $\varepsilon$ -NEA  $\mathcal{B}$  an mit  $L(\mathcal{B}) = L(\mathcal{A})$ .

Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktionen.